

۴۰۱۴

D

محل امضاء

نام خانوادگی

نام

عصر پنجشنبه

۸۸/۱۱/۲۹

دفترچه ۱/۱



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.

امام خمینی (ره)

## آزمون ورودی دوره های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۳۸۹

مجموعه ریاضی - کد ۱۲۰۸

مدت پاسخگویی: ۲۴۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۱۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	ریاضیات عمومی	۳۰	۳۱	۶۰
۳	معادلات دیفرانسیل	۲۵	۶۱	۸۵
۴	آمار و احتمال	۲۵	۸۶	۱۱۰

بهمن ماه سال ۱۳۸۸

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.



**PART A: Vocabulary**

**Directions:** Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- The warm sun and enough water caused the plant to ----- in a few days.  
1) flourish                      2) boost                      3) proceed                      4) propel
- 2- Unfortunately the patient ----- many symptoms of heart disease.  
1) expressed                      2) conducted                      3) attributed                      4) exhibited
- 3- They accused the President of ----- information from Congress.  
1) surrendering                      2) withholding                      3) terminating                      4) abolishing
- 4- The President's power is severely ----- by the Supreme Court.  
1) circumscribed                      2) penetrated                      3) sophisticated                      4) circulated
- 5- ----- refers to the fact of two or more things becoming one.  
1) Disposition                      2) Consensus                      3) Confluence                      4) Compromise
- 6- You can add the fluid to the powder, or, -----, the powder to the fluid.  
1) conversely                      2) instantly                      3) rigorously                      4) intensely
- 7- Her latest book, ----- "An Introduction to Applied Physics," is out this week.  
1) illuminated                      2) contended                      3) acquainted                      4) entitled
- 8- The ----- of a sense of hopelessness is evident in this novel.  
1) persuasion                      2) exposure                      3) pervasiveness                      4) impulse
- 9- The president was ----- with admiration for the country's technological progress.  
1) extensive                      2) replete                      3) excessive                      4) surplus
- 10- Because of its ----- population, this is a good area for wildlife.  
1) unfastened                      2) shallow                      3) concise                      4) sparse

**PART B: Cloze Test**

**Directions:** Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

There are obviously many theoretical motives for studying the history of science. (11) ----- would study that history in order to throw light upon his own task and to increase his enjoyment of it. However, the people who study a subject for theoretical reasons are probably exceptional. Most students (12) ----- definite training for practical reasons, such as qualifying themselves for a trade or profession. (13) ----- from their angle, then, the study of the history of science will complete the training of scientific teachers, (14) ----- well requires a kind of perspective that can be obtained only by historical inquiries. Furthermore, the study of the history of science will improve the qualifications of students for many parascientific positions having to deal directly or (15) ----- scientific pursuits, such as those of librarians, editors, curators of museums, and school or government administrators.

- 11- 1) Men from science    2) A man's science    3) A man of science    4) Scientific men
- 12- 1) submit themselves to    2) submit them for    3) are submitted for    4) are submitted to
- 13- 1) That they look at itself    2) Looking at it    3) They look at it    4) When it is looked
- 14- 1) as for teaching    2) as if to teach    3) since if teaching    4) since to teach
- 15- 1) to indirect with    2) indirectly with    3) to indirect in    4) indirectly in



**PART C: Reading Comprehension**

**Directions:** Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

In a general sense, every IEP is a structured problem. The structure the problem embodies can be characterized in many different ways, ranging from straightforward linear dependence on some basis matrices to sophisticated implicitly defined qualification criteria. In this chapter, we demonstrate the eight different structures. This choice of study represents only a small segment of the full scope of structured inverse eigenvalue problems. We have noted that some of the problems have enjoyed extensive attention in the literature because of their connections to other important applications. We have also noted many open problems that need further study.

Once again, be aware that our consideration has been limited to the setting that the entire spectrum is known and that the structural constraint must be satisfied. We have not discussed the structured problems where only partial eigenvalues and eigenvectors are given. Neither have we examined the case where a least squares solution with approximate spectrum or approximate structure is sufficient for practical purposes.

- 16- **Structure of a problem** -----.  
 1) can be determined when the full spectrum is at hand  
 2) is merely concerned with qualitative properties  
 3) is identified by various explicit and implicit properties  
 4) is a characterization of the spectrum
- 17- **Inverse eigenvalue problems** -----.  
 1) have been extensively discussed in the literature, even though they lack specific use in applications  
 2) have been studied partially in the chapter  
 3) have not been studied much in the literature  
 4) have exactly eight different structures
- 18- **The chapter studies the structured problems when** -----.  
 1) the spectrum is known and some constraints are violated  
 2) all the eigenvalues and eigenvectors are known  
 3) some eigenvalues or eigenvectors are unavailable  
 4) some of the constraints may be violated
- 19- **Structured inverse eigenvalue problems** -----.  
 1) have been studied because they have important applications  
 2) are fully discussed theoretically by identification of eight different structures  
 3) have been studied extensively in the chapter  
 4) are limited to cases having no constraints
- 20- **For real application problems,** -----.  
 1) a least squares solution that fully depicts the spectrum or the structure is sufficient  
 2) the exact spectrum is needed to be known  
 3) the exact structure is needed to be known  
 4) solutions obtained by a least squares model would suffice



Functional analysis is the study of vector spaces resulting from a merging of geometry, linear algebra, and analysis. It serves as a basis for aspects of several important branches of applied mathematics including Fourier series, integral and differential equations, numerical analysis, and any field where linearity plays a key role. Its appeal as a unifying discipline stems primarily from its geometric character. Most of the principal results in functional analysis are expressed as abstractions of intuitive geometric properties of ordinary three-dimensional space.

Some readers may look with great expectation toward functional analysis, hoping to discover new powerful techniques that will enable them to solve important problems beyond the reach of simpler mathematical analysis. Such hopes are rarely realized in practice. The primary utility of functional analysis for the purposes of this book is its role as a unifying discipline, gathering a number of apparently diverse, specialized mathematical tricks into one or a few general geometric principles.

- 21- **Functional analysis** -----.
- 1) serves as a basis in places where linearity is prominent
  - 2) is not useful for applied mathematics
  - 3) deals with nonlinear aspects of applied problems
  - 4) serves to discuss diverging issues
- 22- **Results in functional analysis** -----.
- 1) are merely abstract with few applications
  - 2) has little influence on intuitive geometric properties
  - 3) cannot be interpreted in three-dimensional space
  - 4) benefit from geometry extensively
- 23- **The unifying feature of functional analysis is mainly due to its** -----.
- 1) theoretical character for abstraction
  - 2) having diverse applications
  - 3) interpretive geometric feature
  - 4) applicability to geometry
- 24- **Functional analysis has the capability to** -----.
- 1) consider solving problems that cannot be dealt with by ordinary mathematical analysis
  - 2) solve both theoretical and applied problems
  - 3) solve all important problems in mathematical analysis
  - 4) solve all applied mathematics problems
- 25- **The main usage of functional analysis in the book is for its** -----.
- 1) application of diverse results to diverse geometric problems
  - 2) diversification of general geometric principles
  - 3) specialization of various results to a few problems
  - 4) unification of results by a few principles



Computational efficiency "temporarily" will not be a major concern in this presentation, although numerical construction of a solution remains one of our ultimate goals. There are several reasons that we refrain from computational details in the current discussion. First of all, our approach does offer a globally convergent numerical method in its own setting. The vector field defined by the projected gradient can readily be integrated by any available software for initial value problems. The recently developed techniques of geometric integration with respect to the underlying geometric structure are particularly appealing. See, for example (Dieci et al., 1994; Hairer et al., 2002; Iserles et al., 2000). Geometric integration is fast developing and ongoing research. It remains to be investigated which numerical integrator is most suitable for our continuation approach. Secondly, we caution that this continuation approach may well be as slow as the usual steepest descent methods regardless of whichever integrator is used. Since most of the time all we really want is the asymptotically stable limit point of the vector field, we are not interested in error for the transitional stage, just in a fast convergence to the limit point. Some cheap but suitable large step methods together with some refining strategies might be just as satisfactory as the more sophisticated integrators. Furthermore, since we also know the projected Hessian of the objective function  $F(X)$ , convergence certainly can be improved by employing other standard optimization techniques (Gill et al., 1981).

- 26- Computational efficiency is disregarded because -----.
- 1) the methods being considered are not asymptotically convergent
  - 2) fast methods do not exist
  - 3) other convergence issues are being considered
  - 4) it is not important
- 27- The approach considered is globally convergent because -----.
- 1) we disregard the computational efficiency temporarily
  - 2) there is software available for integration
  - 3) the presented numerical method can be proved to have such a property
  - 4) it is a numerical approach
- 28- For the continuation approach, an appropriate integration method -----.
- 1) must be computationally efficient
  - 2) is yet to be found
  - 3) may not be globally convergent
  - 4) does not exist
- 29- Choose the correct statement.
- 1) Suitable large step methods can be improved to have better convergence properties.
  - 2) Suitable large step methods are sophisticated.
  - 3) Cheap large step methods are not appropriate because they are not fast enough.
  - 4) Sophisticated integrators are needed.
- 30- The limit point of the vector field is desired mostly to be -----.
- 1) computed both robustly and efficiently
  - 2) efficiently computed without transitional errors
  - 3) computed by the available software
  - 4) ultimately computed with accuracy

۳۱- اگر معادله  $z^7 + z^5 + z^3 + 1 = 0$  دارای  $n$  ریشه حقیقی و  $m$  ریشه موهومی محض باشد، آنگاه  $(n, m)$  برابر است با:

(۱) (۳, ۴)

(۲) (۰, ۲)

(۳) (۱, ۰)

(۴) (۱, ۶)

۳۲- در صفحه اعداد مختلط، معادله  $|z - 2| + |z - 3i| = 5$  معرف چه شکلی است؟

(۱) بیضی

(۲) دایره

(۳) سهمی

(۴) هذلولی

۳۳- مکان هندسی نقاطی از صفحه مختلط که در شرط  $\operatorname{Arg} \frac{z-i}{z-2} = \frac{\pi}{4}$ ،  $\operatorname{Arg}$  اشاره به آرگومان اصلی است)، صدق می کنند کدامیک از خم‌هاست؟

- (۱) شاخه‌ای از یک هذلولی که از دو نقطه  $i$  و  $2$  می‌گذرد.  
 (۲) پاره‌خطی که از دو نقطه  $i$  و  $2$  می‌گذرد.  
 (۳) قسمتی از یک بیضی که از دو نقطه  $i$  و  $2$  می‌گذرد.  
 (۴) قسمتی از دایره‌ای که از دو نقطه  $i$  و  $2$  می‌گذرد.



PardazeshPub.com

۳۴- مقدار  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} (x - \frac{\pi}{4})^{-\cos x}$  برابر است با:(۱)  $-\infty$ 

(۲) ۰

(۳) ۱

(۴)  $\infty$ ۳۵- اگر  $f$  تابعی متناوب با دوره تناوب  $T$  و مشتق پذیر باشد آنگاه:(۱)  $\int f(t)dt$  متناوب با دوره تناوب  $T$  است.(۲)  $f'$  متناوب با دوره تناوب نایبتر از  $T$  است.(۳)  $f'$  متناوب با دوره تناوب بیشتر از  $T$  است.(۴)  $\int f(t)dt$  متناوب با دوره تناوب کمتر از  $T$  است.۳۶- فرض کنید  $f(x) = \begin{cases} 1 + |\sin x| & x < \frac{\pi}{4} \\ 2 + (x - \frac{\pi}{4})^2 & x \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$  کدام گزینه صحیح است؟(۱)  $f(x)$  بر  $\mathbb{R}$  دارای ماکزیمم و می نیمم مطلق است.(۲)  $f(x)$  در تمام  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر است.(۳)  $f(x)$  در  $x = \frac{\pi}{4}$  مشتق پذیر نیست.(۴)  $x = \frac{\pi}{4}$  یک نقطه عطف برای  $f(x)$  است.۳۷- کدام گزینه برای تابع  $f(x, y) = 4xy - x^4 - y^4$  درست است؟(۱)  $(0, 0)$  یک نقطه زینی و  $(1, 1)$  ماکسیمم موضعی است. (۲)  $(1, 1)$  یک نقطه زینی و  $(0, 0)$  مینیمم موضعی است.(۳)  $(0, 0)$  مینیمم موضعی و  $(1, 1)$  ماکسیمم موضعی است. (۴)  $(1, 1)$  مینیمم موضعی و  $(0, 0)$  یک نقطه زینی است.

PardazeshPub.com

۳۸- مشتق سوئی تابع  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & y \neq 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases}$  در نقطه  $(0, 0)$  در جهت بردار دلخواه  $U = (\cos \theta, \sin \theta)$  کدام است؟

(۱)

(۲)  $\frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta}$ (۳) وجود ندارد زیرا تابع  $f$  در مبدأ پیوسته نمی باشد.(۴) وجود ندارد زیرا تابع  $f$  در مبدأ دیفرانسیل پذیر نمی باشد.

۳۹- فرض کنیم  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  ، کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $f(x, y)$  در  $(0, 0)$  پیوسته نمی باشد.(۲)  $f(x, y)$  در  $(0, 0)$  پیوسته است.(۳) حد  $f(x, y)$  در  $(0, 0)$  موجود و برابر  $\frac{1}{4}$  است.(۴) هیچ مسیری وجود ندارد که حد  $f(x, y)$  روی آن در  $(0, 0)$  برابر  $\frac{1}{4}$  باشد.

۴۰- تابع  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  موجود به طوری که  $F'(x) = e^{-x^2}$  و  $F(1) = 1$  مقدار  $\int_0^1 F(x) dx$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}(e^{-1} + 1)$ (۲)  $\frac{1}{2}(1 - e^{-1})$ (۳)  $1 + e^{-1}$ (۴)  $1 - e^{-1}$



PardazeshPub.com

۴۱- مقدار  $\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$  :

(۱) برابر ۰ است.

(۲) برابر  $\ln 2$  است.

(۳) برابر  $2\ln 2$  است.

(۴) واگرا به  $\infty$  است.

۴۲- فرض کنید تابع  $f$  بر  $[-a, a]$  انتگرال پذیر باشد و  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ . کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(۱)  $f$  تابع فرد است.

(۲) اگر  $f$  بر  $[-a, a]$  نامنفی باشد آنگاه  $f$  بر  $[-a, a]$  تابع ثابت صفر است.

(۳) تابع  $f$  نمی‌تواند تابعی صعودی باشد.

(۴) اگر تابع  $f$  بر  $[-a, a]$  پیوسته باشد آنگاه نقطه‌ای مانند  $c \in (-a, a)$  وجود دارد که  $f(c) = 0$ .

۴۳- با فرض  $f(\pi) = 2$  و  $\int_0^{\pi} [f(x) + f''(x)] \sin x dx = 5$ ، مقدار  $f(0)$  کدام است؟

(۱) -۳

(۲) ۳

(۳) ۷

(۴) هر مقدار می‌تواند باشد.

۴۴- مقدار  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan x) dx$  کدام است؟

(۱)  $4\ln \frac{\pi}{4}$

(۲)  $2\ln \frac{\pi}{4}$

(۳)  $\frac{\pi}{8} \ln 2$

(۴)  $\frac{\pi}{4} \ln 2$

PardazeshPub.com

۴۵ - کدام یک از تساوی‌های زیر برقرار نیست؟

$$(۱) \bigcup_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}\right) = (0, 2)$$

$$(۲) \bigcap_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}\right) = \{1\}$$

$$(۳) \bigcup_{n=2}^{\infty} \left(-\frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n}\right) = \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$(۴) \bigcap_{n=2}^{\infty} \left[\frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}\right) = \left[\frac{1}{2}, 1\right)$$

۴۶ - فرض کنید  $b > 0, a > 1, a, b \in \mathbb{R}$  و

$$a_1 = \frac{b}{a+b}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{a+a_n}, \quad n = 1, 2, \dots$$

در این صورت دنباله  $\{a_n\}$ :

(۱) صعودی و همگرا به صفر است.

(۲) نزولی و همگرا به صفر است.

(۳) صعودی و همگرا به  $1-a$  است.(۴) نزولی و همگرا به  $a-1$  است.۴۷ - فرض کنید  $\{a_n + b_n\}$  همگرا به  $L$  و  $\{a_n - b_n\}$  همگرا به  $M$  است. دنباله  $\{a_n b_n\}$ :

(۱) واگراست.

(۲) همگرا به  $L^2 - 4M^2$  است.(۳) همگرا به  $\frac{L^2 - M^2}{4}$  است.

(۴) گاهی همگراست و گاهی واگراست.



۴۸- فرض کنید  $a_1 = \frac{1}{3}$  و برای هر  $n$ ،  $a_{n+1} = \frac{1}{3} + a_n^2$ . در این صورت دنباله  $\{a_n\}$ :

(۱) نزولی و همگرا به  $\frac{1 + \sqrt{\frac{1}{3}}}{2}$  است.

(۲) نزولی و همگرا به  $\frac{1 - \sqrt{\frac{1}{3}}}{2}$  است.

(۳) صعودی و همگرا به  $\frac{1 + \sqrt{\frac{1}{3}}}{2}$  است.

(۴) یکنواخت نیست ولی به  $\frac{1 - \sqrt{\frac{1}{3}}}{2}$  همگراست.

۴۹- کدام یک از سری‌های زیر همگراست؟

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right) \quad (۱)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\frac{1}{n}}} \quad (۲)$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{Lnn}} \quad (۳)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n} \quad (۴)$$

۵۰- وسیع‌ترین بازه همگرایی سری  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n}{n^x}$  کدام است؟

$$(0, \infty) \quad (۱)$$

$$[1, \infty) \quad (۲)$$

$$(1, \infty) \quad (۳)$$

$$(4) \quad [a, \infty) \text{ که } 0 < a$$

۵۱- فرض کنید مخزنی به شکل سهمی  $z = x^2 + y^2$  با سرعت ۱ متر مکعب در ثانیه از نفت پر شود. سرعت افزایش سطح نفت در مخزن وقتی که ارتفاع نفت به یک متر رسیده باشد عبارتست از:

(۱)  $\frac{1}{\pi}$

(۲)  $\frac{2}{\pi}$

(۳)  $\frac{\pi}{2}$

(۴)  $\pi$

۵۲- مقدار  $\int_C (x^2 y - z) dt$  که در آن خم  $C$  با معادله پارامتری زیر داده شده

$$R(t) = (\cos t)\vec{i} + (\sin t)\vec{j} - t\vec{k} \quad 0 \leq t \leq \pi$$

برابر است با:

(۱)  $\frac{\pi}{2}$

(۲)  $\frac{\pi^2}{2}$

(۳)  $\frac{2}{3} + \frac{\pi}{2}$

(۴)  $\frac{2}{3} + \frac{\pi^2}{2}$



۵۳- هرگاه  $\gamma$  خم حاصل از تقاطع دو رویه  $x^2 + y^2 = r^2$  و  $y = r \cos(\frac{z}{r\sqrt{3}})$  در بازه  $0 \leq z \leq \pi r\sqrt{3}$  باشد، مقدار  $\int_{\gamma} xyz ds$  کدام است؟

(۱) ۰

(۲)  $-\pi$

(۳)  $-\frac{\pi}{2} r^4 \sqrt{3}$

(۴)  $\frac{\pi}{2} r^4 \sqrt{3}$

۵۴- انتگرال دوگانه  $I = \int_0^1 \left( \int_0^{1-x} \exp\left(\frac{y}{x+y}\right) dy \right) dx$  برابر است با:

(۱)  $\frac{1}{2}e - 1$

(۲)  $\frac{1}{2}(e - 1)$

(۳)  $\frac{1}{2}e + 1$

(۴)  $\frac{1}{2}(e + 1)$

۵۵- مقدار  $\int_{-1}^1 \int_{|\arcsin y|}^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} dx dy$  برابر است با:

(۱)  $2(e - 1)$

(۲)  $2(e + 1)$

(۳)  $\frac{e-1}{2}$

(۴)  $\frac{e+1}{2}$

۵۶- حجم جسم حاصل از دوران دایره  $x^2 + (y-2)^2 = 1$  حول محور  $x$  ها برابر است با:

(۱)  $2\pi$

(۲)  $4\pi$

(۳)  $2\pi^2$

(۴)  $4\pi^2$

۵۷- مقدار  $\int_0^\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^x \sin x \cos(\sin y) dy dx dz$  برابر است با:

(۱)  $-\pi \sin 1$

(۲)  $-\pi \cos 1$

(۳)  $\pi \sin 1$

(۴)  $\pi \cos 1$

۵۸- میدان برداری  $\vec{F} = [\alpha(x) - \beta(y) + \alpha(x)\beta(y)]\vec{i} + [\alpha(y) - \beta(x) + \alpha(y)\beta(x)]\vec{j}$  در  $\mathbb{R}^2$  در کدام حالت لزوماً یک میدان گرادیان است؟

(۱)  $\alpha$  تابعی خطی و  $\beta$  تابعی مشتق پذیر باشد.

(۲)  $\beta$  تابعی خطی و  $\alpha$  تابعی مشتق پذیر باشد.

(۳)  $\alpha$  تابعی ثابت و  $\beta$  تابعی پیوسته باشد.

(۴)  $\beta$  تابعی خطی و  $\alpha$  تابعی ثابت باشد.



۵۹- اگر  $f, g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  دارای مشتقات جزئی پیوسته تا مرتبه دوم باشند و  $f - g$  همساز (هارمونیک) باشد، آنگاه  $\operatorname{div}(\nabla(fg))$  برابر است با:

$$(1) \quad (f - g)\nabla^2 f + 2\nabla f \cdot \nabla g$$

$$(2) \quad (f + g)\nabla^2 f + 2\nabla f \cdot \nabla g$$

$$(3) \quad fg\nabla^2 f + 2\nabla f \cdot \nabla g$$

$$(4) \quad 2fg\nabla^2 f + \nabla f \cdot \nabla g$$

۶۰- مقدار شار قائم برونسوی میدان برداری  $\vec{F} = \alpha(x)\vec{i} + \alpha(y)\vec{j}$  از مرز ناحیه محصور به دو خط موازی  $y = 0$  و  $y = 1$  و دو خط  $y = x + 2$  و  $y = -x + 2$ ، در صورتی که  $\alpha$  تابعی زوج باشد که از مبدأ می‌گذرد، در حالت کلی برابر است با:

$$(1) \quad 0$$

$$(2) \quad 2 \int_0^1 \alpha(y) dy$$

$$(3) \quad 2 \int_0^1 \alpha(y) dy - 2\alpha(1)$$

$$(4) \quad 2 \int_0^1 \alpha(y) dy + 2\alpha(1)$$

۶۱- فرض کنید  $u$  و  $v$  تابع‌هایی مشتق‌پذیر از دو متغیر  $x$  و  $y$  باشند. یک عامل انتگرال‌گیری معادله دیفرانسیل

$$(vu_x \ln v + uv_x)dx + (vu_y \ln v + uv_y)dy = 0$$
 عبارتست از:

(۱)  $\frac{1}{v}$

(۲)  $\frac{1}{u}$

(۳)  $\frac{u}{v}$

(۴)  $\frac{v}{u}$

۶۲- کدام گزینه یک عامل انتگرال‌ساز برای معادله دیفرانسیل  $ydx - (x^2 + y^2 + x)dy = 0$  است؟

(۱)  $x^2 + y^2$

(۲)  $(x^2 + y^2)^2$

(۳)  $\frac{1}{x^2 + y^2}$

(۴)  $\frac{1}{(x^2 + y^2)^2}$

۶۳- اگر  $\{e^{-x}, e^{-2x}, e^{-3x}\}$  مجموعه اساسی جواب معادله دیفرانسیل  $y''' + ay'' + by' + cy = 0$  باشد که در آن  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ، آنگاه

$a - b + c$  برابر است با:

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



۶۴ - یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل  $x^2 y'' - xy' + (1-x)y = 0$  به صورت سری توانی حول مبدا کدام است؟

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} \quad (۱)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n!)} \quad (۲)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} \quad (۳)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n!)^2} \quad (۴)$$

۶۵ - معادله شاخصی (indicial) معادله  $2x^2 y'' + 3xy' - (x^2 + 1)y = 0$  حول نقطه تکین (singular) منظم عبارت است از:

$$r^2 + \frac{1}{2}r + \frac{1}{2} = 0 \quad (۱)$$

$$r^2 + \frac{1}{2}r - \frac{1}{2} = 0 \quad (۲)$$

$$r^2 + \frac{3}{2}r + \frac{1}{2} = 0 \quad (۳)$$

$$r^2 + \frac{3}{2}r - \frac{1}{2} = 0 \quad (۴)$$

۶۶ - مسیرهای قائم خانواده منحنی‌هایی یک پارامتری به معادله  $y = \ln(\tan x + \alpha)$  کدام است؟

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x = e^{-y} + c \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x = e^{-y} + c \quad (۲)$$

$$x - \frac{1}{4}\cos 2x = e^{-y} + c \quad (۳)$$

$$x + \frac{1}{4}\cos 2x = e^y + c \quad (۴)$$

۶۷ - مسیرهای قائم خانواده منحنی‌های یک پارامتری  $y^2 = 4a(x+a)$  کدام است؟

$$x = 2b(y+b) \quad (۱)$$

$$x^2 = 4b(y+b) \quad (۲)$$

$$y = 2x(x+b) \quad (۳)$$

$$y^2 = 4b(x+b) \quad (۴)$$

۶۸ - معادله  $y' = \frac{y^2 + 2x^2 \cos x^2}{xy}$  با شرط اولیه  $y(\sqrt{\pi}) = 0$  داده شده است. یکی از جواب‌های معادله در نقطه  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$  برابر است با:

$$0 \quad (۱)$$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\pi} \quad (۳)$$

$$\sqrt{2\pi} \quad (۴)$$

۶۹ - مسأله مقدار اولیه زیر داده شده است.

$$(t-3)y' + (\ln t)y = 2t, \quad y(1) = 2$$

جواب خصوصی مسأله در کدام بازه معتبر است؟

$$(0, 3) \quad (۱)$$

$$(0, 4) \quad (۲)$$

$$[0, 3) \quad (۳)$$

$$(3, \infty) \quad (۴)$$



۷۰- کدام گزینه یک جواب برای معادله دیفرانسیل  $y = xy' + y' \ln y$  است؟

PardazeshPub.com

$$y = -cx - c \ln c \quad (۱)$$

$$y = -cx + c \ln c \quad (۲)$$

$$y = cx - c \ln c \quad (۳)$$

$$y = cx + c \ln c \quad (۴)$$

۷۱- کدام گزینه یک جواب برای  $\left( x \sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y \right) dx + x dy = 0$  است؟

$$\cot g\left(\frac{y}{x}\right) - \ln x = c \quad (۱)$$

$$\ln\left(\frac{y}{x}\right) - tg x = c \quad (۲)$$

$$\ln\left(\frac{y}{x}\right) - \cot g x = c \quad (۳)$$

$$tg\left(\frac{y}{x}\right) - \ln x = c \quad (۴)$$

۷۲- اگر  $J_v(x)$  یک جواب خصوصی معادله بسل زیر باشد،

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - v^2)y = 0$$

جواب دیگر آن کدام است؟

$$J_v(x) \int \frac{1}{x J_v(x)} dx \quad (۱)$$

$$J_v(x) \int \frac{1}{x J_v^2(x)} dx \quad (۲)$$

$$J_v(x) \int \frac{x dx}{J_v^2(x)} \quad (۳)$$

$$J_v(x) \int \frac{x}{J_v(x)} dx \quad (۴)$$

PardazeshPub.com

۷۳- یک انتگرال خصوصی  $(y_p)$  معادله  $y'' + 2ay' + a^2y = f(t)$  کدام است؟

PardazeshPub.com

$$\int_0^t \lambda^2 e^{-a\lambda} f(t-\lambda) d\lambda \quad (۱)$$

$$\int_0^t (t-\lambda) e^{-a\lambda} f(\lambda) d\lambda \quad (۲)$$

$$\int_0^t \lambda e^{-a\lambda} f(t-\lambda) d\lambda \quad (۳)$$

$$\int_0^t e^{-a\lambda} f(t-\lambda) d\lambda \quad (۴)$$

۷۴- اگر  $f(\lambda) = \int_0^\infty \frac{e^{-x} e^{-\frac{\lambda}{x}}}{\sqrt{x}} dx$  که  $(\lambda > 0)$ ، کدامیک از معادلات دیفرانسیل زیر در بازه  $(0, \infty)$  معتبر است؟

$$f'(\lambda) = \frac{f(\lambda)}{\sqrt{\lambda}} \quad (۱)$$

$$f'(\lambda) = \frac{-f(\lambda)}{\sqrt{\lambda}} \quad (۲)$$

$$f'(\lambda) = \frac{f(\lambda)}{\lambda\sqrt{\lambda}} \quad (۳)$$

$$f'(\lambda) = \frac{-f(\lambda)}{\lambda} \quad (۴)$$

PardazeshPub.com



۷۵- معادله دیفرانسیل  $y''' - 3ty' + \sin(2t)y = 7e^{-t}$  به ازای چه مقادیری از  $A$  و  $f$  معادل دستگاه زیر است؟

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}' = A \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} + f(t)$$

$$f(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 7e^{-t} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\sin(2t) & 3t & 0 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$f(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 7e^{-t} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -\sin(2t) & 3t & 0 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$f(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 7e^{-t} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\sin(2t) & 3t & 0 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$f(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7e^{-t} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\sin(2t) & 3t & 0 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

۷۶- جواب معادله دیفرانسیل  $\frac{d}{d\theta}(\sin \theta \frac{dV}{d\theta}) = 0$  وقتی که در شرایط  $V(\frac{\pi}{4}) = 0$  و  $V(\frac{\pi}{2}) = V_0$  صدق کند کدام است؟

$$V = \frac{V_0}{\ln(\sqrt{2}-1)} \ln |\csc \theta - \cot \theta| \quad (۱)$$

$$V = \frac{V_0}{\ln(\sqrt{2}-1)} \ln |\sec \theta - \tan \theta| \quad (۲)$$

$$V = \frac{V_0}{\ln(\sqrt{2}-1)} \ln |\sec \theta + \tan \theta| \quad (۳)$$

$$V = \frac{V_0}{\ln(\sqrt{2}-1)} \ln |\csc \theta + \cot \theta| \quad (۴)$$

۷۷ - کدام گزینه تبدیل لاپلاس معکوس عبارت زیر است؟

$$\frac{2s+7}{s^2-2s+3}$$

$$2e^{2t} \cos 2t + 5e^{-t} \sin 2t \quad (1)$$

$$2e^{-t} \cos(\sqrt{2}t) + 5\sqrt{2}e^{-t} \sin(\sqrt{2}t) \quad (2)$$

$$2e^t \cos(\sqrt{2}t) + 5\sqrt{2}e^t \sin(\sqrt{2}t) \quad (3)$$

$$e^{2t} \cos 2t + e^{-2t} \sin 2t \quad (4)$$

۷۸ - معکوس تبدیل لاپلاس  $\frac{2}{s^2}e^{-4s}$  عبارت است از:

$$(t-4)u(t-4) \quad (1)$$

$$(t-4)^2 u(t-4) \quad (2)$$

$$(t+4)u(t-4) \quad (3)$$

$$(t+4)^2 u(t+4) \quad (4)$$

۷۹ - هرگاه  $y'(0) = y(0) = 0$  و  $y'' - y' + y = x$  مقدار  $\mathcal{L}(y(2x))$  کدام است؟

$$\frac{1}{2s^2(4s^2-2s+1)} \quad (1)$$

$$\frac{1}{8s^2(4s^2-2s+1)} \quad (2)$$

$$\frac{8}{s^2(s^2-2s+4)} \quad (3)$$

$$\frac{32}{s^2(s^2-2s+4)} \quad (4)$$



۸۰- تبدیل لاپلاس جواب معادله دیفرانسیل زیر کدام است؟

$$xy'' + (1-x)y' + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$$

$$\frac{1}{s^2 - s} \quad (1)$$

$$\frac{s+1}{s^2 - s} \quad (2)$$

$$\frac{s-1}{s^2} \quad (3)$$

$$\frac{s+1}{s^2} \quad (4)$$

۸۱- فرض کنید  $J_0(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n t^{2n}}{2^{2n} (n!)^2}$ ، تابع بسل از نوع اول و مرتبه صفر باشد، آنگاه تبدیل لاپلاس  $J_0(\sqrt{t})$  برای  $s > 0$  برابر است با:

$$e^{\frac{1}{4s}} \quad (1)$$

$$e^{-\frac{1}{4s}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{s} e^{\frac{1}{4s}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{s} e^{-\frac{1}{4s}} \quad (4)$$

۸۲- اگر  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{x}} e^{-t^2} dt$  آنگاه تبدیل لاپلاس  $f(x)$  برابر است با:

$$\frac{1}{s\sqrt{s+1}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{s(s+1)} \quad (2)$$

$$\frac{1}{s^2\sqrt{s+1}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{s^2(s+1)} \quad (4)$$

۸۳ - با فرض این که عمل  $*$  به معنی ضرب پیچشی (convolution) باشد به کمک تبدیل لاپلاس، مقدار  $t^m * t^n$ ، که در آن  $m$  و  $n$  اعداد حقیقی بزرگتر از ۱ - هستند، کدام است؟

$$\frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)} t^{m+n} \quad (۱)$$

$$\frac{\Gamma(m+n+2)}{\Gamma(m+1)\Gamma(n+1)} t^{m+n} \quad (۲)$$

$$\frac{\Gamma(m+1)\Gamma(n+1)}{\Gamma(m+n+2)} t^{m+n+1} \quad (۳)$$

$$\frac{\Gamma(m+n)}{\Gamma(m)\Gamma(n)} t^{m+n+1} \quad (۴)$$

۸۴ - فرض کنید  $f(x, y) = 0$  یک منحنی جواب معادله دیفرانسیل  $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$  باشد و  $P$  یک نقطه اشتراک منحنی مذکور و خط دلخواه  $y = mx$  باشد، در این صورت شیب این منحنی در نقطه  $P$  برابر است با:

$$\frac{m^2 - 1}{m} \quad (۱)$$

$$\frac{m^2 - 1}{2m} \quad (۲)$$

$$\frac{2m}{m^2 + 1} \quad (۳)$$

$$\frac{m^2 + 1}{2m} \quad (۴)$$

۸۵ - معادله دیفرانسیل

$$x^2(x-1)y'' + (2x+1)y' + x^2(x+1)y = 0$$

(۱) یک نقطه تکین (منفرد) منظم و یک نقطه تکین (منفرد) نامنظم دارد.

(۲) دو نقطه تکین (منفرد) منظم دارد.

(۳) دو نقطه تکین (منفرد) نامنظم دارد.

(۴) هیچ نقطه تکین (منفرد) نامنظم ندارد.

۸۶ - بر اساس اطلاعات داده شده نمودار ساقه و برگ زیر آماده شده است.  $(Q_1, m_1, Q_3)$  کدام است؟  $Q_1$  و  $Q_3$  نمایانگر چارک‌های اول و سوم و  $m$  نمایانگر میانه است.

0	2	3	4	5						
1	0	1	2	3	5	7				
2	0	0	1	2	3	5	7	9		
3	0	1	1	2	2	4	7	7	8	
4	0	0	2	2	3					
5	1	2	3	4						

- (15, 28, 40) (1)
- (17, 28, 39) (2)
- (17, 29, 39) (3)
- (17, 29, 40) (4)

۸۷- اگر  $n$  گوی در  $r$  جعبه ( $n \leq r$ ) به طور تصادفی توزیع شوند، احتمال آنکه هیچ یک از جعبه‌ها بیش از یک گوی نداشته باشند، کدام است؟

- $$\begin{aligned} & \frac{r(r-1)\cdots(r-n+1)}{r!} \quad (1) \\ & \frac{r(r-1)\cdots(r-n+1)}{r^n} \quad (2) \\ & \frac{r(r-1)\cdots(r-n+1)}{n^r} \quad (3) \\ & \frac{r(r-1)\cdots(r-n+1)}{n!} \quad (4) \end{aligned}$$



۸۸- فرض کنید  $E$  و  $F$  دو پيشامد مستقل و  $E'$  و  $F'$  مکمل آنها باشند. اگر  $P(E) = \frac{1}{3}$  و  $P(F) = \frac{1}{4}$ ، مقدار  $P(E' - F')$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{4}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{1}{4}$

۸۹- فرض کنید در یک آزمون ۴ گزینه‌ای، دانشجویی جواب درست سوال را با احتمال  $p$  بداند یا به تصادف یکی از چهار گزینه را انتخاب می‌کند. احتمال اینکه به یک سوال پاسخ درست دهد کدام است؟

(۱)  $\frac{1-p}{4}$

(۲)  $\frac{1+p}{4}$

(۳)  $\frac{3p}{4}$

(۴)  $\frac{1+3p}{4}$

۹۰- جعبه‌ای شامل  $N$  مهره است که از ۱ تا  $N$  شماره‌گذاری شده‌اند.  $k$  مهره به تصادف و بدون جایگذاری از این جعبه انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه مینیمم شماره مهره‌های انتخابی کوچکتر یا مساوی  $n$  باشد کدام است؟

(۱)  $1 - \frac{\binom{N-n}{k}}{\binom{N}{k}}$

(۲)  $1 - \frac{\binom{N-k}{n}}{\binom{N}{k}}$

(۳)  $\frac{\binom{N-n}{k}}{\binom{N}{k}}$

(۴)  $\frac{\binom{N-k}{n}}{\binom{N}{k}}$

۹۱- جعبه I شامل ۳ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و جعبه II دارای ۲ مهره سفید و سه مهره سیاه است. دو مهره به تصادف از جعبه I انتخاب و در جعبه II قرار می‌دهیم و سپس از جعبه II دو مهره به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. اگر هر دو مهره انتخابی از جعبه II سفید باشند احتمال اینکه از جعبه I دو مهره هم‌رنگ در جعبه II قرار داده شده باشد چقدر است؟

$$(1) \frac{9}{41}$$

$$(2) \frac{18}{41}$$

$$(3) \frac{23}{41}$$

$$(4) \frac{32}{41}$$

۹۲- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال زیر باشد،

$$f_X(x) = \begin{cases} cx(3-x)^4 & 0 < x < 3 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

مقدار  $c$  کدام است؟

$$(1) \frac{10}{729}$$

$$(2) \frac{10}{486}$$

$$(3) \frac{10}{243}$$

$$(4) \frac{10}{81}$$

۹۳ - متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع چگالی احتمال زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} a(1+2x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

مقدار  $P(-\frac{1}{4} < X < \frac{1}{4})$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{8}$

(۲)  $\frac{2}{8}$

(۳)  $\frac{3}{8}$

(۴)  $\frac{4}{8}$

۹۴ - یک نقطه به تصادف در فاصله  $(0, 1)$  انتخاب می‌کنیم. متوسط مقدار طول بزرگ‌تر از دو فاصله بوجود آمده کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴) ۱

۹۵ - اگر  $X > 0$  و  $E(X^2)$  وجود داشته باشد، کران بالا برای مقدار  $P(X > 2\sqrt{E(X^2)})$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{3}{4}$



۹۶- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال توام زیر است:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 < x < y, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

مقدار  $P(X + Y > \frac{1}{2})$  کدام است؟

(۱)  $\frac{7}{8}$

(۲)  $\frac{6}{8}$

(۳)  $\frac{5}{8}$

(۴)  $\frac{1}{8}$

۹۷- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال توام باشند که در آن تابع چگالی شرطی  $X|Y = y$  نمایی با

میانگین  $\frac{1}{y}$  و  $Y$  دارای توزیع  $Beta(3, 1)$  است. مقدار  $cov(X, Y)$  کدام است؟

(۱)  $-2$

(۲)  $-1$

(۳)  $1$

(۴)  $2$

۹۸- فرض کنید  $X_1$  و  $X_2$  دارای تابع چگالی احتمال توام زیر هستند:

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \lambda x_1 x_2 & 0 < x_1 < x_2 < 1 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

مقدار  $E(X_2)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{5}$

(۲)  $\frac{2}{5}$

(۳)  $\frac{3}{5}$

(۴)  $\frac{4}{5}$

۹۹- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی پواسون با میانگین  $\lambda = 3$  و  $Y$  یک متغیر تصادفی با  $E[Y|X = x] = \frac{x}{3}$  و

$Var(Y|X = x) = \frac{x+1}{4}$  باشد، مقدار  $Var(Y)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{7}{3}$

(۲)  $\frac{8}{3}$

(۳) ۷

(۴) ۸

۱۰۰- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی مستقل از هم با  $E(X) = a$  و  $E(\frac{1}{Y}) = b$  ( $a, b \neq 0$ ) باشند. مقدار  $E(\frac{X+Y}{Y})$  کدام است؟

(۱)  $1 + \frac{a}{b}$

(۲)  $1 + \frac{b}{a}$

(۳)  $1 + \frac{1}{ab}$

(۴)  $1 + ab$

۱۰۱- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی پیوسته با توابع توزیع به ترتیب  $F$  و  $G$  باشند. گزینه صحیح کدام است؟

$$E[F(Y)] + E[G(X)] = \frac{1}{8} \quad (۱)$$

$$E[F(Y)] + E[G(X)] = \frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$E[F(Y)] + E[G(X)] = \frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$E[F(Y)] + E[G(X)] = ۱ \quad (۴)$$

۱۰۲- یک سیستم دارای ۵۰ مؤلفه است که به طور موازی با هم کار می کنند، طول عمر هر مؤلفه متغیری تصادفی با میانگین ۳ و انحراف معیار یک روز است، احتمال تقریبی اینکه این سیستم حداقل ۱۵۰ روز فعال باشد چقدر است؟

$$۰/۵ \quad (۱)$$

$$۰/۵۷۹۳ \quad (۲)$$

$$۰/۶۵۵۴ \quad (۳)$$

$$۰/۶۱۷۹ \quad (۴)$$

۱۰۳- فرض کنید ۲ و ۵ و ۸، یافته های یک نمونه تصادفی از تابع احتمال زیر باشند:

$$f_{\theta}(x) = \left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)^x \times \frac{1}{\theta+1}, \quad \theta > 0, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

برآورد گشتاوری  $\theta$  کدام است؟

$$\frac{1}{5} \quad (۱)$$

$$5 \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$4 \quad (۴)$$



۱۰۴ - فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & x > 0, \theta > 0 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

برآوردگر ماکزیمم درستنمایی  $V_\theta(X)$  (واریانس  $X$ ) کدام است؟

(۱)  $S^2$

(۲)  $\bar{X}^2$

(۳)  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 = \bar{x}^2$

(۴)  $\frac{n-1}{n} S^2$

۱۰۵ - فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f_\theta(x) = 2\theta^2 x, \quad 0 < x < \frac{1}{\theta}$$

اگر  $T(X_1, \dots, X_n) = C(2X_1 + X_2 + \dots + X_n)$  یک برآوردگر نا اریب برای  $\frac{1}{\theta}$  باشد، مقدار  $C$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{n+1}$

(۲)  $\frac{3}{(n+1)}$

(۳)  $\frac{3}{2(n+1)}$

(۴)  $\frac{2}{3(n+1)}$

۱۰۶ - فرض کنید  $X \sim N(0, \sigma^2)$ . اگر فاصله  $(|X|, 2|X|)$  بعنوان یک فاصله اطمینان برای  $\sigma$  اختیار شود، مقدار ضریب اطمینان کدام است؟

(۱)  $0/2856$

(۲)  $0/2865$

(۳)  $0/2969$

(۴)  $0/2996$

۱۰۷ - جعبه‌ای شامل ۴ مهره است که  $\theta$  تا از آنها سفید و بقیه سیاه هستند. می‌خواهیم فرض  $H_0: \theta = 2$  را در مقابل فرض  $H_1: \theta \neq 2$  آزمون کنیم. ۲ مهره به تصادف و بدون جایگذاری از این جعبه انتخاب می‌کنیم و فرض  $H_0$  را رد می‌کنیم اگر هر دو مهره هم‌رنگ باشند. احتمال خطای نوع اول کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $\frac{2}{3}$

۱۰۸ - یک سکه ناسالم با احتمال شیر آمدن  $p$  را، که در آن  $p = 0/2, 0/3, 0/5$  است، آنقدر پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار شیر مشاهده شود. اگر  $X$  نمایانگر تعداد پرتاب‌های لازم باشد و برای آزمون فرض  $H_0: p = 0/5$ ، فرض  $H_1$  رد شود اگر  $x \geq 3$ ، کمترین مقدار احتمال خطای نوع دوم کدام است؟

(۱)  $0/3$

(۲)  $0/36$

(۳)  $0/49$

(۴)  $0/64$

۱۰۹ - فرض کنید  $0/1, 0/6, 0/9, 0/2$  - یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیع  $N(\mu, 1)$  باشد. برای آزمون  $H_0: \mu \geq 0$  در مقابل  $H_1: \mu < 0$  مقدار  $P$  - مقدار ( $p$  - value) کدام است؟

(۱)  $0/4027$ (۲)  $0/4207$ (۳)  $0/5793$ (۴)  $0/5973$ 

۱۱۰ - در یک مدل رگرسیون خطی ساده  $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$ ، بر اساس یک نمونه تصادفی  $30$  تایی خلاصه اطلاعات زیر حاصل شده است:

$$\bar{x} = 3, \bar{Y} = 6, S_x^2 = 100, S_Y^2 = 200, SSE = 56$$

برآورد به روش حداقل مربعات  $(\beta_0, \beta_1)$  کدام است؟

(۱)  $(3/6, 2/4)$ (۲)  $(2/4, 3/6)$ (۳)  $(2/4, 1/2)$ (۴)  $(1/2, 2/4)$



سطح زیر منحنی نرمال استاندارد		مقادیر بحرانی توزیع t										مقادیر بحرانی توزیع مربع کای																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	df	.10	.05	.025	.01	.005	df	.995	.990	.975	.950	.925	.900	.875	.850	.825	.800	.775	.750	.725	.700	.675	.650	.625	.600	.575	.550	.525	.500	.475	.450	.425	.400	.375	.350	.325	.300	.275	.250	.225	.200	.175	.150	.125	.100	.075	.050	.025	.010	.005																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359	1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	0.0084	0.0143	0.0215	0.0298	0.0398	0.0509	0.0634	0.0775	0.0930	0.1099	0.1281	0.1476	0.1683	0.1901	0.2130	0.2370	0.2620	0.2879	0.3146	0.3421	0.3703	0.3991	0.4284	0.4582	0.4884	0.5190	0.5499	0.5811	0.6125	0.6441	0.6759	0.7079	0.7400	0.7722	0.8045	0.8369	0.8693	0.9017	0.9341	0.9665	0.9989																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753	2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.915	2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	0.1777	0.2743	0.3919	0.5301	0.6881	0.8653	1.0639	1.2841	1.5267	1.7924	2.0819	2.3956	2.7332	3.0951	3.4804	3.8881	4.3173	4.7681	5.2404	5.7341	6.2491	6.7851	7.3419	7.9193	8.5171	9.1351	9.7731	10.4311	11.1091	11.8071	12.5251	13.2631	14.0211	14.7991	15.5971	16.4151	17.2531	18.1111	18.9891	19.8871	20.8051	21.7431	22.6911	23.6491	24.6171	25.5951	26.5831	27.5811	28.5891	29.6071	30.6351	31.6731	32.7211	33.7791	34.8471	35.9251	37.0131	38.1111	39.2191	40.3371	41.4651	42.6031	43.7511	44.9091	46.0771	47.2551	48.4431	49.6411	50.8491	52.0671	53.2951	54.5331	55.7811	57.0391	58.3071	59.5851	60.8731	62.1711	63.4791	64.7971	66.1251	67.4631	68.8111	70.1691	71.5371	72.9151	74.3031	75.6911	77.0891	78.4971	79.9151	81.3431	82.7811	84.2291	85.6871	87.1551	88.6331	90.1211	91.6191	93.1271	94.6451	96.1731	97.7111	99.2591	100.8171	102.3851	103.9631	105.5511	107.1491	108.7571	110.3751	111.9931	113.6211	115.2591	116.9071	118.5651	120.2331	121.9111	123.5991	125.2971	126.9951	128.6931	130.3911	132.0991	133.8071	135.5151	137.2231	138.9311	140.6391	142.3471	144.0551	145.7631	147.4711	149.1791	150.8871	152.5951	154.3031	156.0111	157.7191	159.4271	161.1351	162.8431	164.5511	166.2591	167.9671	169.6751	171.3831	173.0911	174.7991	176.5071	178.2151	179.9231	181.6311	183.3391	185.0471	186.7551	188.4631	190.1711	191.8791	193.5871	195.2951	197.0031	198.7111	200.4191	202.1271	203.8351	205.5431	207.2511	208.9591	210.6671	212.3751	214.0831	215.7911	217.4991	219.2071	220.9151	222.6231	224.3311	226.0391	227.7471	229.4551	231.1631	232.8711	234.5791	236.2871	237.9951	239.7031	241.4111	243.1191	244.8271	246.5351	248.2431	249.9511	251.6591	253.3671	255.0751	256.7831	258.4911	260.1991	261.9071	263.6151	265.3231	267.0311	268.7391	270.4471	272.1551	273.8631	275.5711	277.2791	278.9871	280.6951	282.4031	284.1111	285.8191	287.5271	289.2351	290.9431	292.6511	294.3591	296.0671	297.7751	299.4831	301.1911	302.8991	304.6071	306.3151	308.0231	309.7311	311.4391	313.1471	314.8551	316.5631	318.2711	319.9791	321.6871	323.3951	325.1031	326.8111	328.5191	330.2271	331.9351	333.6431	335.3511	337.0591	338.7671	340.4751	342.1831	343.8911	345.5991	347.3071	349.0151	350.7231	352.4311	354.1391	355.8471	357.5551	359.2631	360.9711	362.6791	364.3871	366.0951	367.8031	369.5111	371.2191	372.9271	374.6351	376.3431	378.0511	379.7591	381.4671	383.1751	384.8831	386.5911	388.2991	389.9991	391.6991	393.3991	395.0991	396.7991	398.4991	400.1991	401.8991	403.5991	405.2991	406.9991	408.6991	410.3991	412.0991	413.7991	415.4991	417.1991	418.8991	420.5991	422.2991	423.9991	425.6991	427.3991	429.0991	430.7991	432.4991	434.1991	435.8991	437.5991	439.2991	440.9991	442.6991	444.3991	446.0991	447.7991	449.4991	451.1991	452.8991	454.5991	456.2991	457.9991	459.6991	461.3991	463.0991	464.7991	466.4991	468.1991	469.8991	471.5991	473.2991	474.9991	476.6991	478.3991	480.0991	481.7991	483.4991	485.1991	486.8991	488.5991	490.2991	491.9991	493.6991	495.3991	497.0991	498.7991	500.4991	502.1991	503.8991	505.5991	507.2991	508.9991	510.6991	512.3991	514.0991	515.7991	517.4991	519.1991	520.8991	522.5991	524.2991	525.9991	527.6991	529.3991	531.0991	532.7991	534.4991	536.1991	537.8991	539.5991	541.2991	542.9991	544.6991	546.3991	548.0991	549.7991	551.4991	553.1991	554.8991	556.5991	558.2991	559.9991	561.6991	563.3991	565.0991	566.7991	568.4991	570.1991	571.8991	573.5991	575.2991	576.9991	578.6991	580.3991	582.0991	583.7991	585.4991	587.1991	588.8991	590.5991	592.2991	593.9991	595.6991	597.3991	599.0991	600.7991	602.4991	604.1991	605.8991	607.5991	609.2991	610.9991	612.6991	614.3991	616.0991	617.7991	619.4991	621.1991	622.8991	624.5991	626.2991	627.9991	629.6991	631.3991	633.0991	634.7991	636.4991	638.1991	639.8991	641.5991	643.2991	644.9991	646.6991	648.3991	650.0991	651.7991	653.4991	655.1991	656.8991	658.5991	660.2991	661.9991	663.6991	665.3991	667.0991	668.7991	670.4991	672.1991	673.8991	675.5991	677.2991	678.9991	680.6991	682.3991	684.0991	685.7991	687.4991	689.1991	690.8991	692.5991	694.2991	695.9991	697.6991	699.3991	701.0991	702.7991	704.4991	706.1991	707.8991	709.5991	711.2991	712.9991	714.6991	716.3991	718.0991	719.7991	721.4991	723.1991	724.8991	726.5991	728.2991	729.9991	731.6991	733.3991	735.0991	736.7991	738.4991	740.1991	741.8991	743.5991	745.2991	746.9991	748.6991	750.3991	752.0991	753.7991	755.4991	757.1991	758.8991	760.5991	762.2991	763.9991	765.6991	767.3991	769.0991	770.7991	772.4991	774.1991	775.8991	777.5991	779.2991	780.9991	782.6991	784.3991	786.0991	787.7991	789.4991	791.1991	792.8991	794.5991	796.2991	797.9991	799.6991	801.3991	803.0991	804.7991	806.4991	808.1991	809.8991	811.5991	813.2991	814.9991	816.6991	818.3991	820.0991	821.7991	823.4991	825.1991	826.8991	828.5991	830.2991	831.9991	833.6991	835.3991	837.0991	838.7991	840.4991	842.1991	843.8991	845.5991	847.2991	848.9991	850.6991	852.3991	854.0991	855.7991	857.4991	859.1991	860.8991	862.5991	864.2991	865.9991	867.6991	869.3991	871.0991	872.7991	874.4991	876.1991	877.8991	879.5991	881.2991	882.9991	884.6991	886.3991	888.0991	889.7991	891.4991	893.1991	894.8991	896.5991	898.2991	899.9991	901.6991	903.3991	905.0991	906.7991	908.4991	910.1991	911.8991	913.5991	915.2991	916.9991	918.6991	920.3991	922.0991	923.7991	925.4991	927.1991	928.8991	930.5991	932.2991	933.9991	935.6991	937.3991	939.0991	940.7991	942.4991	944.1991	945.8991	947.5991	949.2991	950.9991	95200

PardazeshPub.com

پاردازش پابلیکیشن

PardazeshPub.com