



کد کنترل

760

F

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۴۰۲



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

عصر پنج‌شنبه
۱۴۰۱/۱۲/۱۱

«اگر دانشگاه اصلاح شود
مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

علوم کامپیوتر (کد ۱۲۰۹)

زمان پاسخ‌گویی: ۲۴۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۳۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۲۵	۱	۲۵
۲	دروس پایه (ریاضی عمومی (۲و۱)، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۳۵	۲۶	۶۰
۳	ساختمان داده‌ها، طراحی الگوریتم‌ها و مبانی نظریه محاسبه	۳۰	۶۱	۹۰
۴	مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها	۲۰	۹۱	۱۱۰
۵	ریاضیات گسسته و مبانی ترکیبیات	۲۰	۱۱۱	۱۳۰

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the answer on your answer sheet.

- 1- When you ----- a meeting, it is important to speak clearly, confidently and at a good pace.
1) assess 2) propagate 3) address 4) impress
- 2- People like the newly proposed system, but because of the costs involved we do not believe it is -----, and we need to look for other options.
1) compliant 2) defensive 3) ingenuous 4) viable
- 3- The country in question is very poor, and one in seven children dies in -----.
1) infancy 2) nutrition 3) malfunction 4) mortality
- 4- I don't consider myself to be particularly -----, but when I'm given a job, I make sure it gets done.
1) industrious 2) spontaneous 3) risky 4) unexceptional
- 5- The new airliner is more environmentally-friendly than other aircraft, its only ----- being its limited flying range.
1) demand 2) drawback 3) controversy 4) attribute
- 6- The celebrity will ----- assistance from the police to keep stalkers away from his property.
1) extend 2) invoke 3) absolve 4) withdraw
- 7- When plates in the Earth's crust slide or grind against one another, an earthquake with devastating consequences may be -----.
1) derived 2) surpassed 3) triggered 4) traced

PART B: Cloze Test

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

The new species was named Maiacetus inuus, which means "mother whale," (8) ----- in the family Protocetidae. Assignment to a new species was justified due to critical differences from other protocetid whales, such as solidly co-ossified left and right dentaries (lower jaws), (9) ----- in the ankle, and significant disparity in hind

limb elements. The fossils show (10) ----- this new species' length is unimpressive relative to some extant (living) whales, but still, *Maiacetus inuus* measures a respectable 2.6 meters.

- 8- 1) placed 2) that placed 3) was placed 4) and was placed
 9- 1) there were variations 2) varying
 3) variations 4) which varied
 10- 1) when 2) that 3) although 4) for

PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

PASSAGE 1:

It is imperative that the computer scientist have a clear understanding of how a computer functions. Such understanding is also important to the high-level language programmer—if not for the sheer knowledge, then to help him or her design programs that use the computer more effectively. To have a clear understanding of conventional computers and how they work, one should have good knowledge of machine language or, equivalently, assembly language. After all, a computer executes a machine language program to perform a certain task.

There are certain functions on many computer systems that are still in the domain of assembly language—for example, the operation of physical input and output devices, and the transfer of control of the computer from one job to another in a multiprogramming system. Although there are attempts to use higher-level languages for such functions, assembly language still prevails in these instances.

In principle, an assembly language program is more efficient than its higher-level language counterpart. This is so because compilers, in general, tend to generate less optimal code than the code of a carefully handwritten assembly language program. Therefore, in applications in which saving memory storage and execution time is of primary importance, assembly language may be advantageous.

The foregoing reasons should not be interpreted as a plea for writing all programs in assembly language. They mean only that assembly language can be used to add to the capabilities of higher-level languages. Since most higher-level languages allow the user to write subroutines in assembly language, a programmer can, through judicious choices, combine the advantages of both higher-level and assembly languages. For instance, the programmer can write those parts of a program that are machine-dependent or that execute very frequently as subroutines in assembly language, and the rest of the program in a higher-level language.

- 11- A high-level language programmer -----.
- 1) is fooled by knowing the machine language
 - 2) writes programs using the assembly language
 - 3) cannot benefit from knowledge of assembly language
 - 4) can write more effective program if he/she is familiar with the assembly language
- 12- Assembly language is ----- a high-level language to certain computer control operations.
- 1) used more extensively than
 - 2) used less often than
 - 3) used as much as
 - 4) less effective than
- 13- What does the underlined word “prevails” in the second paragraph mean?
- 1) abuses
 - 2) predominates
 - 3) glorifies
 - 4) propagates
- 14- Compilers -----.
- 1) generate efficient computer codes
 - 2) generate codes of primary importance
 - 3) tend to generate computer codes using optimal memory storage
 - 4) may not produce computer codes being advantageous to an assembly language program.
- 15- Some higher-level languages -----.
- 1) are preferred for use in controlling computer operations
 - 2) have been developed to remove the need for writing programs in assembly language
 - 3) appropriate for the use of assembly language programs to be more advantageous
 - 4) are used to generate more efficient programs than assembly language programs

PASSAGE 2:

Some people have suggested the word “sequencing” as an appropriate name for an ordering process; but this word often seems to lack the right connotation, especially when equal elements are present, and it occasionally conflicts with other terminology. It is quite true that “sorting” is itself an overused word (“He was sort of out of sorts after sorting that sort of data.”), but it has become firmly established in computing parlance. Therefore, we shall use the word “sorting” chiefly in the strict sense of “sorting into order,” without further apologies.

Some of the most important applications of sorting are

a) Solving the "togetherness" problem, in which all items with the same identification are brought together. Suppose that we have 10,000 items in random order, many of which have equal values; and suppose that we want to rearrange this file so that all items with equal-values appear in consecutive positions. This is essentially the problem of "sorting" in the older sense of the word; and it can be solved easily by sorting the file in the new sense of the word, so that the values are in ascending order, $v_1 \leq v_2 \leq \dots \leq v_{10,000}$. (The efficiency which is possible in this procedure explains why the original meaning of “sorting” has changed.)

b) If two or more files have been sorted into the same order, it is possible to find all of the matching entries in one sequential pass through them, without backing up. This is the principle which Perry Mason used to help solve a murder case (see the quotation at the beginning of this chapter). It is usually much more economical to access a list of information in sequence from beginning to end, instead of skipping around at random in the list, unless the list is small enough to be stored in a high-speed random-access

memory. Sorting makes it possible to use sequential accessing on large files, as a feasible substitute for direct addressing.

c) Sorting also is an aid to searching, as we shall see in Chapter 6, and therefore it helps to make computer output more suitable for human consumption. In fact, a listing that has been sorted into alphabetic order often looks quite authoritative even when the associated numerical information has been incorrectly computed.

16- **Sorting -----.**

- 1) has the some connotation as sequencing
- 2) is less meaningful than sequencing in ordering
- 3) is widely used in computing terminology for its various meanings in the literature
- 4) is an accepted terminology in computing despite its being an overused word

17- **What does the underlined word “consecutive” in part (a) mean?**

- 1) successive
- 2) consequence
- 3) ordered
- 4) propagated

18- **If a number of files are sorted into the same order, then by performing a single sequential search through the files -----.**

- 1) matching entries may be lost
- 2) matching entries can be detected
- 3) matching entries are replaced
- 4) some matching entries may be skipped if situated in a large list

19- **According to the passage, choose the correct statement.**

- 1) Togetherness is best characterized by sequencing.
- 2) Togetherness and searching are easily accommodated by sorted lists.
- 3) For large files, direct addressing is more economical than sequential accessing of the sorted file.
- 4) Searching is performed more effectively in a list with randomly distributed entries.

20- **What does the underlined word “chiefly” in the first paragraph mean?**

- 1) preferably
- 2) advantageously
- 3) mainly
- 4) primarily

PASSAGE 3:

Chapter 4 deals with dynamic data structures, i.e., with data that change their structure during the execution of the program. It is shown that the recursive data structures are an important subclass of the dynamic structures commonly used. Although a recursive definition is both natural and possible in these cases, it is usually not used in practice. Instead, the mechanism used in its implementation is made evident to the programmer by forcing him to use explicit reference or pointer variables. This book follows this technique and reflects the present state of the art: Chapter 4 is devoted to programming with pointers, to lists, trees and to examples involving even more complicated meshes of data. It presents what is often (and somewhat inappropriately) called list processing. A fair amount of space is devoted to tree organizations, and in particular to search trees. The chapter ends with a presentation of scatter tables, also called “hash” codes, which are of tern preferred to search trees. This provides the possibility of comparing two fundamentally different techniques for a frequently encountered application.

Programming is a constructive activity. How can a constructive, inventive activity be taught? One method is to crystallize elementary composition principles out many cases and exhibit them in a systematic manner. But programming is a field of vast

variety often involving complex intellectual activities. The belief that it could ever be condensed into a sort of pure recipe teaching is mistaken. What remains in our arsenal of teaching methods is the careful selection and presentation of master examples. Naturally, we should not believe that every person is capable of gaining equally much from the study of examples. It is the characteristic of this approach that much is left to the student, to his diligence and intuition. This is particularly true of the relatively involved and long example programs. Their inclusion in this book is not accidental. Longer programs are the prevalent case in practice, and they are much more suitable for exhibiting that elusive but essential ingredient called style and orderly structure.

They are also meant to serve as exercises in the art of program reading, which too often is neglected in favor of program writing. This is a primary motivation behind the inclusion of larger programs as examples in their entirety. The reader is led through a gradual development of the program; he is given various snapshots in the evolution of a program, whereby this development becomes manifest as a stepwise refinement of the details. I consider it essential that programs are shown in final form with sufficient attention to details, for in programming, the devil hides in the details. Although the mere presentation of an algorithm's principle and its mathematical analysis may be stimulating and challenging to the academic mind, it seems dishonest to the engineering practitioner. I have therefore strictly adhered to the rule of presenting the final programs in a language in which they can actually be run on a computer.

- 21- **A recursive data structure -----.**
 1) is an examples of hash code
 2) is not commonly perceived as a dynamic data structure
 3) may not promote a recursive definition in practice
 4) is so that the structure changes during the execution of the program
- 22- **What does the underlined word “encountered” in the first paragraph mean?**
 1) challenging
 2) admissible
 3) faced
 4) approved
- 23- **According to the passage, programming -----.**
 1) does not involve much intellectual activity
 2) is a complicated task and cannot be learned completely
 3) may not be conceived as a subject easily taught in a class
 4) is a constructive task and can be taught systematically in a class
- 24- **What does the underlined word “condensed” in the second paragraph mean?**
 1) compressed
 2) influenced
 3) scattered
 4) clustered
- 25- **According to the passage, stepwise refinement -----.**
 1) is a key element for evolution of a program
 2) is not commonly accepted by practitioners
 3) slows down programming in general
 4) is not popular among engineers

دروس پایه (ریاضی عمومی (۱ و ۲)، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال):

۲۶- وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}(A^2 - 6A + 7I)$

(۲) $\frac{1}{2}(A^2 - 3A + 4I)$

(۳) $-A^2 + 6A - 7I$

(۴) $\frac{1}{2}(-A^2 + 6A - 4I)$

۲۷- مجموعه نقاطی از صفحه مختلط که در تساوی $|z - 1 + i| = |z - 1 - 3i|$ صدق می کنند، کدام است؟

(۱) $\{x - i \mid x \in \mathbb{R}\}$

(۲) $\{x + i \mid x \in \mathbb{R}\}$

(۳) $\{-1 + iy \mid y \in \mathbb{R}\}$

(۴) $\{1 + iy \mid y \in \mathbb{R}\}$

۲۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x (\sin t)^{\tan t} dt}{xe^x}$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) e

(۴) ∞

۲۹- برای عدد حقیقی A، فرض کنید: $a_n = \frac{A^n}{A^n + e^n}$. کدام مورد برای دنباله $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ درست است؟

(۱) برای همه مقادیر حقیقی $A \in \mathbb{R}$ همگراست.

(۲) فقط برای $A \in (-e, e]$ همگراست.

(۳) برای مقادیر حقیقی $A \neq -e$ همگراست.

(۴) به ازای همه مقادیر $A \in \mathbb{R}$ واگراست.

۳۰- فرض کنید به ازای هر عدد طبیعی n و مقدار حقیقی $a > 0$ ، داشته باشیم: $I_n = \int_0^a (a^2 - x^2)^n dx$. رابطه

بازگشتی بین I_n و I_{n-1} ، کدام است؟

(۲) $I_n = \frac{a^2 n}{2n+1} I_{n-1}$

(۱) $I_n = \frac{a^2 n}{n+2} I_{n-1}$

(۴) $I_n = \frac{2a^2 n}{2n+2} I_{n-1}$

(۳) $I_n = \frac{2a^2}{n+2} I_{n-1}$

۳۱- اگر F یک تابع غیر ثابت باشد که در معادله $F'(x) = \int_0^x F(t) e^{\sqrt{t}} dt, x \geq 0$ صدق کند، مقدار $F(4)$ کدام است؟

(۱) $e - 1$

(۲) $e + 1$

(۳) $e^2 - 1$

(۴) $e^2 + 1$

۳۲- صفحه گذرنده بر خط به معادله $z = \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2}$ و نقطه $(1, 1, 2)$ ، محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟

(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۳۳- طول قوس منحنی به معادله $y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right), a > 0$ در بازه $[0, x_1]$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{a} \sinh\left(\frac{x_1}{a}\right)$

(۲) $\sinh\left(\frac{x_1}{a}\right)$

(۳) $a \sinh\left(\frac{x_1}{a}\right)$

(۴) $a^2 \sinh\left(\frac{x_1}{a}\right)$

۳۴- فرض کنید $\vec{F} = x\vec{i} + yz\vec{j} - ex\vec{k}$. مقدار $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ که C منحنی فصل مشترک $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ و صفحه

$z = -x + 1$ می باشد، کدام است؟

(۱) $-\frac{\pi}{\sqrt{2}}$

(۲) $-\pi$

(۳) $-\sqrt{2}\pi$

(۴) -2π

۳۵- حفره‌ای به قطر $a > 0$ در امتداد محور y ها در درون کره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع a ایجاد می‌کنیم. حجم کره حفره‌دار، کدام است؟

$$(1) \frac{\sqrt{2}}{4} \pi a^3$$

$$(2) \frac{\sqrt{3}}{4} \pi a^3$$

$$(3) \frac{\sqrt{2}}{3} \pi a^3$$

$$(4) \frac{\sqrt{3}}{2} \pi a^3$$

۳۶- کدام گزینه، صورت منطقی تعریف تابع بی‌کران $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ است؟ (M را مقید به اعداد مثبت می‌گیریم.)

$$(1) \forall M \exists x (x \in X \wedge |f(x)| > M)$$

$$(2) \forall x \exists M (x \in X \Rightarrow |f(x)| > M)$$

$$(3) \exists M \forall x (x \in X \Rightarrow |f(x)| > M)$$

$$(4) \exists x \forall M (x \in X \wedge |f(x)| > M)$$

۳۷- رابطه هم‌ارزی E را روی $\mathbb{Z}_9 = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$ به صورت $a E b \Leftrightarrow a^2 \equiv b^2 \pmod{9}$ تعریف می‌کنیم. از دو گزاره زیر کدام درست است؟

الف) مجموعه تمام رده‌های هم‌ارزی E عبارتست از: $\{[0], [2], [3], [6], [8]\}$

ب) مجموعه تمام رده‌های هم‌ارزی E عبارتست از: $\{[1], [2], [3], [4]\}$

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» نه «ب»

(۳) هر دو

۳۸- کدام گزینه نادرست است؟ (گنگ به معنی اصم است.)

(۱) ریشه n ام اعداد جبری، باز هم اعداد جبری هستند.

(۲) اگر a و b گنگ باشند و $0 < a$ ، آنگاه a^b گنگ است.

(۳) یک عدد گویا به توان عددی گنگ ممکن است عددی گنگ باشد.

(۴) اگر p یک عدد طبیعی بزرگتر از یک باشد $\ln p$ عددی گنگ است، که در آن $\ln$ نماد لگاریتم طبیعی است.

۳۹- فرض کنید $\{X_i\}_{i \in I}$ خانواده‌ای ناتهی از مجموعه‌های ناتهی باشد. مجموعه $\prod_{i \in I} X_i$ ، برابر کدام است؟

$$(1) \left\{ f: \bigcup_{i \in I} X_i \rightarrow I, \exists i (i \in I \wedge f(X_i) \in I) \right\}$$

$$(2) \left\{ f: I \rightarrow \bigcup_{i \in I} X_i, \exists i (i \in I \wedge f(i) \in X_i) \right\}$$

$$(3) \left\{ f: I \rightarrow \bigcup_{i \in I} X_i, \forall i (i \in I \Rightarrow f(i) \in X_i) \right\}$$

$$(4) \{(x_1, x_2, \dots, x_i): x_k \in X_k (1 \leq k \leq i), i \in I\}$$

۴۰- عدد اصلی مجموعه $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} \mathbb{N}^n$ برابر کدام است؟ ($\mathbb{N}_0$ نمایش عدد اصلی $\mathbb{N}$ و $\mathbb{N}$ نمایش عدد اصلی $\mathbb{R}$ است).

(۱) $\mathbb{N}_0$

(۲) $\mathbb{N}$

(۳) از $\mathbb{N}$ بزرگتر است.

(۴) از $\mathbb{N}_0$ بزرگتر و از $\mathbb{N}$ کوچکتر است.

۴۱- فرض کنید $\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = 12$ مقدار $\det \begin{bmatrix} 2a_{11} - 3a_{21} & 2a_{12} - 3a_{22} & 2a_{13} - 3a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) -۲۴

(۲) -۱۲

(۳) ۱۲

(۴) ۲۴

۴۲- عملگر خطی T روی $\mathbb{R}^2$ با ضابطه $T(x, y) = (x, 0)$ تعریف شده است. ماتریس تبدیل T نسبت به پایه $B = \{(1, 1), (2, 1)\}$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

۴۳- $T: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ یک $\mathbb{R}$ -تبدیل خطی است به طوری که برای هر $z \in \mathbb{C}$ ، $T(z) = az + b\bar{z}$ که در آن $a, b \in \mathbb{R}$. در این صورت اگر $|a| = |b|$ ، دترمینان T ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $a - b$

(۳) $a + b$

(۴) $a^2 + b^2$

۴۴- فرض کنید U و W دو زیرفضای متمایز با بعد ۴ از فضای برداری V با بعد ۶ باشند، آنگاه بعد $V \cap W$ ، کدام است؟

(۱) ۱ یا ۲

(۲) ۲ یا ۳

(۳) ۳ یا ۴

(۴) ۱ یا ۲ یا ۳

۴۵- فرض کنید A یک ماتریس 3×3 روی $\mathbb{R}$ با دترمینان ۳۲ باشد. اگر ۴ یک مقدار ویژه A و بردارهای $(1, 2, 0)$ و

$(\frac{1}{3}, 1, 2)$ دو بردار ویژه وابسته به مقدار ویژه ۴ باشند، آنگاه اثر $\text{tr}(A^2)$ (یعنی اثر ماتریس A^2) کدام است؟

(۱) -۳۶

(۲) -۱۶

(۳) ۱۶

(۴) ۳۶

۴۶- فرض کنیم $|x_1| < \frac{1}{\sqrt{3}}$ و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $x_{n+1} = x_n^2 - x_n$. کدام گزینه درست است؟

(۱) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$

(۲) $\limsup x_n = \sqrt{2}$ و $\liminf x_n = -\sqrt{2}$

(۳) $\limsup x_n = 0$ و $\liminf x_n = -\sqrt{2}$

(۴) $\limsup x_n = \sqrt{2}$ و $\liminf x_n = 0$

۴۷- فرض کنید $I = [a, b]$ ، $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ پیوسته باشد، $f(a) < 0 < f(b)$ ، $E = \{x \in I : f(x) < 0\}$ و $\lambda = \sup E$. کدام گزینه درست است؟

(۱) $f(\lambda) = 0$

(۲) $f(\lambda) < 0$

(۳) $f(\lambda) > 0$

(۴) $\lambda < f(\lambda)$

۴۸- فرض کنید $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ یک به یک و پیوسته باشد. با فرض $I = (a, b)$ کدام گزینه درست است؟

(۱) $f(I)$ بازه بسته است.

(۲) $f(I)$ بازه کراندار است.

(۳) $f(I)$ بازه باز است.

(۴) $f(I)$ لزوماً یک بازه نیست.

۴۹- فرض کنید $a \in \mathbb{R}$ و $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد که به ازای هر $x \in (-\infty, a)$ مشتق دوم تابع f در نقطه x موجود است و

$f'(x) < 0 < f''(x)$. همچنین به ازای هر $x \in (a, \infty)$ مشتق دوم تابع f در نقطه x موجود است و

$f'(x) < 0 < f''(x)$. کدام گزینه درست است؟

(۱) مشتق تابع f در نقطه a موجود و ناصفر است.

(۲) در صورتی که f' در یک همسایگی محذوف a کراندار باشد، آنگاه $f'(a)$ موجود است و این شرط ضروری است.

(۳) مشتق تابع f در نقطه a موجود و برابر با صفر است.

(۴) تابع f در نقطه a مشتق پذیر نیست.

۵۰- فرض کنید $f: [0, 1] \rightarrow [0, \infty)$ تابعی پیوسته باشد به طوری که $M = \max_{x \in [0, 1]} f(x) > 1$. مقدار

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 f^n(t) dt$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ∞

(۳) M

(۴) $\int_0^1 f(t) dt$

۵۱- روش تکراری $x_{n+1} = \frac{1}{2e^{x_n}}$ برای محاسبه ریشه معادله $e^x = \frac{1}{2x}$ به ازای کدام مقادیر x_0 ، به ریشه معادله

همگرا است؟

(۱) $x_0 < \ln 2$

(۲) $x_0 > \ln \frac{1}{2}$

(۳) $x_0 > e^{-2}$

(۴) $x_0 < \ln \frac{1}{2}$

۵۲- فرض کنید a و b ، به ترتیب، تقریب‌هایی از A و B باشند و این اعداد همه مثبت باشند. در کدام حالت $\delta(ab) = \delta(a) + \delta(b)$ است؟ ($\delta(x)$ خطای نسبی x است.)

(۱) $\frac{A}{b} + \frac{B}{a} = 1$

(۲) $\frac{A}{a} - \frac{B}{b} = 1$

(۳) $\frac{A}{a} + \frac{B}{b} = 1$

(۴) $\frac{A}{b} - \frac{B}{a} = 1$

۵۳- اگر I_0 و I_1 به ترتیب چندجمله‌ای‌های لاگرانژ متناظر با نقاط x_0 و x_1 باشند و $I_0(x) = -\frac{1}{4}(x-3)$ ، $I_1(x)$ ، کدام است؟

(۱) $I_1(x) = \frac{1}{4}(x+1)$

(۲) $I_1(x) = \frac{1}{4}(x-3)$

(۳) $I_1(x) = -\frac{1}{4}(x+1)$

(۴) بدون داشتن x_0 و x_1 ، نمی‌توان I_1 را مشخص کرد.

۵۴- فرض کنید $q(x; \varepsilon)$ چندجمله‌ای درون‌یاب درجه دوم سه داده $(\circ, f(\circ))$ ، $(\varepsilon, f(\varepsilon))$ و $(1, f(1))$ باشد که در آن $\varepsilon > 0$ ، اگر $q(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} q(x; \varepsilon)$ آنگاه $q'(1)$ ، کدام است؟

(۱) $f(1) - 2f(\circ) - 2f'(\circ)$

(۲) $f(1) - f(\circ) - f'(\circ)$

(۳) $2f(1) - f(\circ) - 2f'(\circ)$

(۴) $2f(1) - 2f(\circ) - f'(\circ)$

۵۵- می‌خواهیم با استفاده از روش نیوتن (رفسون) تقریبی برای $\sqrt[4]{15}$ بیابیم. اگر $x_0 = 2$ را به عنوان حدس اولیه در نظر بگیریم، آنگاه x_1 ، کدام است؟

(۱) $-\circ/3125$

(۲) $\circ/3125$

(۳) $1/98765$

(۴) $2/3125$

۵۶- اگر براساس یک مجموعه از داده‌ها مقدار میانه و چارک‌های اول و سوم به ترتیب برابر ۱۲ و ۵ و ۱۵ باشد، مقدار ضریب چولگی چارکی کدام است؟

- (۱) $0/4$
(۲) $0/5$
(۳) $0/5$
(۴) $0/4$

۵۷- با افزودن ۵ داده جدید به ۱۵ داده موجود، مجموع توان‌های دوم انحراف از میانگین داده‌ها پیش و پس از افزودن داده‌های جدید تغییری نکرده است. کدام مورد در ارتباط با ۵ داده جدید افزوده شده درست است؟

- (۱) میانگین ۵ داده جدید صفر است.
(۲) میانگین ۵ داده جدید یک سوم میانگین ۱۵ داده موجود است.
(۳) همه ۵ داده جدید دقیقاً برابر با میانگین ۱۵ داده موجود بوده‌اند.
(۴) اظهارنظری نمی‌توان کرد.

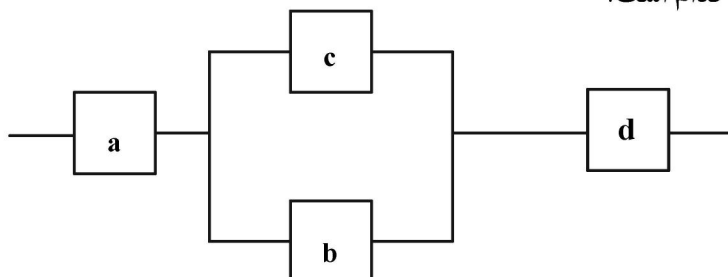
۵۸- از بین ۵ کتاب با قیمت‌های مختلف به هریک از ۴ شخص A, B, C, D یک کتاب به‌طور تصادفی می‌دهیم. احتمال اینکه هم گرانترین و هم ارزانترین کتاب جزء کتاب‌های داده شده باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) $\frac{4}{5}$

۵۹- یک چهار وجهی سالم دوبار مستقل از هم و پی‌درپی پرتاب می‌شود. احتمال اینکه ماکزیمم شماره وجه‌های مشاهده شده ۲ باشد به شرط اینکه بدانیم مینیمم شماره وجه‌های مشاهده شده ۲ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$
(۲) $\frac{3}{5}$
(۳) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{1}{5}$

۶۰- در سیستم زیر احتمال کارکردن هر قسمت در صورت برقراری جریان برابر $0/9$ است. با فرض آنکه a, b, c, d مستقل عمل کنند، احتمال کار نکردن سیستم کدام است؟



- (۱) $0/1981$
(۲) $0/7381$
(۳) $0/8118$
(۴) $1 - (0/9)^4$

ساختمان داده‌ها، طراحی الگوریتم‌ها و مبانی نظریه محاسبه:

۶۱- خروجی شبه کد زیر، از چه مرتبه‌ای است؟

k = 0

for(i = n, i > 0, i--)

for(j = i, j > 0, j--)

(x-- یعنی یک واحد کم کردن از x)

{k = k + i * j}

print(k)

(۲) n^3

(۱) n^2

(۴) n^4

(۳) $n^{3/5}$

۶۲- اگر n توان صحیحی از ۳ باشد، خروجی شبه کد زیر چند است؟

i = ۱

j = ۱

while (i < n) {

i = i * ۳

j = j * ۳

}

print(j)

(۲) $\theta\left(n^{\frac{3+\log_3 n}{2}}\right)$

(۱) $\theta(n^2)$

(۴) $\theta\left(n^{\frac{1+\log_3 n}{2}}\right)$

(۳) $\theta(n^{\frac{2}{3}})$

۶۳- با توجه به رابطه بازگشتی زیر، $T(n)$ از چه مرتبه‌ای است؟

$$\begin{cases} T(n^3) = T((n-1)^3) + \theta(n) \\ T(1) = 1 \end{cases}$$

(۲) $n^{\frac{1}{3}}$

(۱) ۱

(۴) n

(۳) $n^{\frac{2}{3}}$

۶۴- اعداد ۱ تا ۶ را به ترتیب وارد یک پشته (انباره، Stack) کرده‌ایم. ترتیب خروجی اعداد از پشته کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟ (اعداد را از راست به چپ بخوانید.)

(۲) ۲۳۵۶۴۱

(۱) ۶۱۴۵۳۲

(۴) ۱۵۲۶۳۴

(۳) ۱۶۲۵۴۳

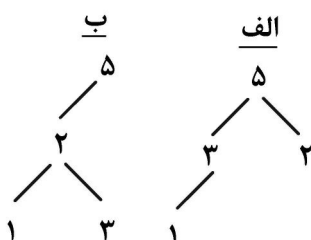
۶۵- «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ چه داده ساختاری هستند؟

(۱) heap-heap

(۲) درخت جستجوی دودویی - heap

(۳) heap - درخت جستجوی دودویی

(۴) درخت جستجوی دودویی - درخت جستجوی دودویی



۶۶- مرتبه زمانی لازم برای تبدیل یک heap با n کلید (عدد) به یک درخت جستجوی دودویی (BST) کدام است؟

- (۱) $n \log n$ (۲) n^2
(۳) n (۴) ۱

۶۷- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- (الف) زمان پیدا کردن یک عنصر در یک لیست پیوندی مرتب با n عضو، $\theta(n)$ است.
(ب) زمان پیدا کردن یک عنصر در یک آرایه نامرتب با n عضو، $\theta(n)$ است.
(ج) زمان پیدا کردن یک عنصر در یک آرایه مرتب با n عضو، $\theta(\log n)$ است.

- (۱) ۳ (۲) ۲
(۳) ۱ (۴) ۰

۶۸- یک آرایه n تایی داریم به طوری که هر خانه آرایه حاوی یک لیست پیوندی یک طرفه از n عدد صعودی است. همچنین همه اعداد هر خانه آرایه، کوچک‌تر از همه اعداد خانه بعدی آرایه است. زمان لازم برای جستجو (پیدا کردن) یک عدد

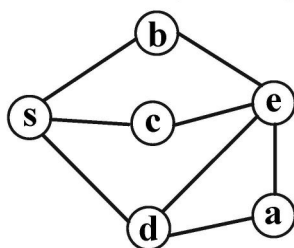
در میان این n^2 عدد از چه مرتبه‌ای است؟

- (۱) $n \log n$ (۲) $\log n$
(۳) n (۴) n^2

۶۹- الگوریتم مرتب‌سازی سریع (Quick Sort) روی دنباله ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ در کمترین حالت به چند مقایسه نیاز دارد؟ ($7 \log_2 7 \approx 19/6$)

- (۱) صفر (۲) ۸
(۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۷۰- آخرین رأس انتخاب‌شونده با الگوریتم جستجوی سطح اول (BFS) و نیز با الگوریتم جستجوی عمق اول (DFS) روی گراف زیر و با شروع از S به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (هرگاه می‌توان بین چند رأس انتخاب داشت، به ترتیب الفبای انگلیسی انتخاب کنید.)



- (۱) a و d
(۲) e و a
(۳) d و e
(۴) d و a

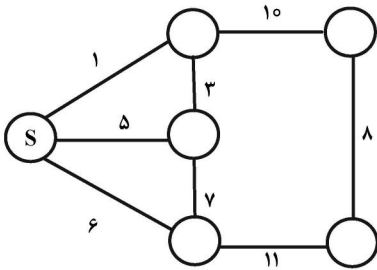
۷۱- الگوریتم جستجوی عمق اول (DFS) را روی یک گراف با n رأس و m یال و با شروع از رأس s اجرا کرده‌ایم. چند بار با یال‌هایی مواجه می‌شویم (سروکار داریم) که یک سر آنها s است؟

- (۱) $\theta(1)$ (۲) $\theta(m)$
(۳) $\theta(n)$ (۴) θ (درجه رأس s)

۷۲- $a_1, \dots, a_n$ داده شده است. قصد داریم بدانیم دو اندیس i و j وجود دارد که $|a_i - a_j| \leq 5$ یا $a_i \circ a_j$ خیر. زمان متوسط لازم برای این منظور با استفاده از درهم‌سازی (Hashing) از چه مرتبه‌ای است؟

- (۱) ۱
(۲) n
(۳) n^2
(۴) $n \log n$

۷۳- با اجرای الگوریتم کروسکال روی گراف زیر و با شروع از رأس S وزن چهارمین یال انتخاب شونده در درخت چند است؟



(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۱۱

(۴) بستگی به رأس شروع دارد.

۷۴- مرتبه زمانی سریع ترین الگوریتم برای مسئله زیر، کدام است؟

ورودی: یک گراف G با n رأس و m یال و یک رأس S از G خروجی: تعداد رأس هایی از G که فاصله آنها از S برابر با ۲ است.

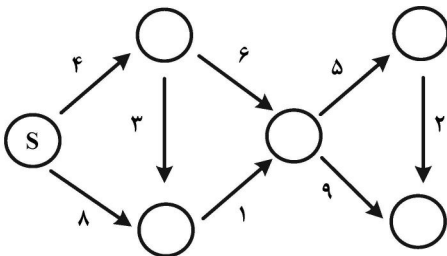
(۱) $n \log n$

(۲) n^2

(۳) n

(۴) m

۷۵- الگوریتم دایکسترا روی گراف زیر اجرا کرده ایم. وزن پنجمین یالی که در الگوریتم در نظر گرفته می شود (relax یا به روزرسانی می شود) کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۵

(۴) هیچ کدام

۷۶- G یک گراف کامل صد رأسی وزن دار است. یک پاسخ مسئله فروشنده دوره گرد (TSP) را روی آن می نامیم.

وزن همه یال های G را در ۳ ضرب و سپس با ۵ جمع می کنیم. یک پاسخ مسئله فروشنده دوره گرد روی گراف حاصل را B می نامیم. مجموع وزن یال های A و مجموع وزن یال های B را به ترتیب با a و b نشان می دهیم. کدام گزاره یا گزاره ها درست است؟

الف - لزوماً مجموعه یال های A = مجموعه یال های B

ب - $b = 3a + 500$

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۷۷- T یک درخت ریشه دار با ریشه r است و هر رأس x از آن یک وزن w(x) دارد. کدام رابطه بازگشتی منجر به یک الگوریتم پویا (dynamic) برای محاسبه وزن مسیری از T می شود که از S شروع می شود و مجموع وزن رأس هایش بیشترین مقدار ممکن است؟

(الف)
$$\begin{cases} F(v) = w(v) & \text{برای هر برگ } v \\ F(v) = w(v) + \max_{x \text{ فرزند } v} F(x) & \text{برای هر رأس غیر برگ } v \end{cases}$$

پاسخ = $F(r)$

$F(r) = w(r)$

(ب) $F(v) = w(v) + F(v \text{ پدر})$

پاسخ = $\max F(x)$

x برگ

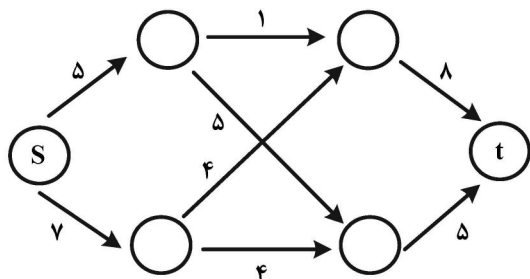
(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۷۸- مقدار برش کمینه (min cut) میان s و t در گراف زیر، کدام است؟



۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

۱۳ (۳)

۱۴ (۴)

۷۹- فرض کنیم $NP \neq P$. کدام مسئله یا مسائل زیر دارای الگوریتم چندجمله‌ای است؟

الف - ورودی: عدد طبیعی n و اعداد حقیقی مثبت $a_1, \dots, a_n$ و $b_1, \dots, b_n$

خروجی: یک مجموعه $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ به طوری که $\sum_{i \in I} b_i$ بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد و $\sum_{i \in I} a_i \leq 5$

ب - ورودی: عدد طبیعی n و اعداد حقیقی مثبت $a_1, \dots, a_n$ و $b_1, \dots, b_n$

خروجی: یک مجموعه $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ به طوری که $|I| = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ و $\sum_{i \in I} b_i$ بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.

باشد. ($|I|$ = تعداد اعضای I)

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۸۰- کدام گزاره یا گزاره‌ها، درست است؟

الف - مسائل تصمیم‌گیری (یعنی مسائلی که جوابشان بله یا خیر است) دارای الگوریتم تقریبی (تخمینی، approximation) با فاکتور (ضریب تقریب) ۲ نیستند.

ب - اگر مسئله‌ای دارای الگوریتم تقریبی با فاکتور ۳ باشد، دارای الگوریتم تقریبی با فاکتور $\frac{7}{4}$ نیز هست.

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۸۱- فرض کنیم L زبان عبارت منظم زیر باشد:

$$r = b^* ab^* ab^* ab^* (b^* ab^* ab^* ab^* ab^* ab^*)^*$$

با قرار گرفتن کدام مقدار به جای m در عبارت $w = b^{700} a^{700} (ab)^{700} m a$ حاصل در L قرار می‌گیرد؟

(۱) فقط a

(۲) فقط b

(۳) a و b

(۴) نه a و نه b

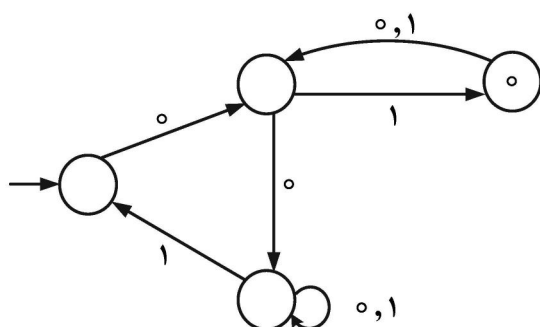
۸۲- عبارت منظم اتوماتون زیر چیست؟

(۱) $(((((\circ\circ)(\circ+1)^*)^* \circ 1(\circ+1))^* \circ 1$

(۲) $(((((\circ\circ)(\circ+1)^*)^* (\circ+1))^* \circ 1$

(۳) $(\circ+1)^*$

(۴) $(\circ(1(\circ+1))^* \circ (\circ+1)^*)^* \circ 1$



- ۸۳- فرض کنیم $\{ \text{هر بلوک از صفرهای متوالی در } w \text{ اندازه زوج داشته باشد} \mid w \in \{0, 1\}^* \}$ L_1 (مثلاً ۰۰۰۰۱۰۰) در L_1 هست ولی ۰۰۱۱۰ در L_1 نیست. و $L_2 = \{0^{3n} \mid n \geq 0\}$ کدام یک از دو زبان فوق منظم است؟

(۱) فقط L_1

(۲) فقط L_2

(۳) هر دو

(۴) نه L_1 و نه L_2

- ۸۴- گرامر $G = (V, \Sigma, R, S)$ با مجموعه متغیرهای $V = \{S, W, X, Y, Z\}$ ، متغیر شروع S ، $\Sigma = \{a, b, c\}$ و قوانین زیر مفروض است:

$$S \rightarrow XY \mid W$$

$$X \rightarrow aXb \mid \epsilon$$

$$Y \rightarrow CY \mid \epsilon$$

$$W \rightarrow aWc \mid Z$$

$$Z \rightarrow bZ \mid \epsilon$$

با قرار گرفتن کدام یک از دو مقدار b یا c به جای m در عبارت $a^5 b^4 m c^4$ ، عبارت حاصل در زبان گرامر G قرار می‌گیرد؟

(۱) فقط b

(۲) فقط c

(۳) هم b و هم c

(۴) نه b و نه c

- ۸۵- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) اگر L^2 منظم باشد پس L منظم است.

(۲) برای هر زبان منظم L می‌توان یک NFA با چند حالت شروع ارائه نمود.

(۳) برای زبان منظم SL شامل λ نیست می‌توان یک NFA بدون λ ، ارائه نمود که شامل یک state پایانی باشد و L را بپذیرد. (λ همان بلانک است).

(۴) اجتماع زیر مجموعه‌ای نامتناهی از زبان‌های منظم الزاماً منظم نیست.

- ۸۶- فرض کنید:

$$L_1 = \{w \# x \# w^R \mid w, x \in \{0, 1\}^*, |w| = |x|\}$$

$$L_2 = \{x \# y \mid x, y \in \{0, 1\}^*, |x| = 2|y|\}$$

کدام یک از دو زبان فوق مستقل از متن است؟ ($\#$ یک حرف الفباست. همچنین برای هر رشته مانند z ، تعداد حروف z را با $|z|$ نشان می‌دهیم).

(۱) فقط L_1

(۲) فقط L_2

(۳) هر دو

(۴) نه L_1 و نه L_2

۸۷- از روی DFA های D_1 و D_2 براساس ضرب دکارتی، DFAی به نام D ، ساخته می شود که:

$$D_1 = \langle Q_1, \sum, \delta_1, q_1^0, F_1 \rangle \Rightarrow D_1 \times D_2 = \langle Q_1 \times Q_2, \sum, \delta, \langle q_1^0, q_2^0 \rangle, F \rangle$$

$$D_2 = \langle Q_2, \sum, \delta_2, q_2^0, F_2 \rangle$$

مجموعه F به شرح زیر است:

$$F = \{ \langle q_i, q_j \rangle \mid (q_i \in F_1 \wedge q_j \notin F_2) \vee (q_i \notin F_1 \wedge q_j \in F_2) \}$$

زبان $D_1 \times D_2$ را نیز با $L(D_1 \times D_2)$ نشان می دهیم. کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر $L(D_1) = L(D_2)$ باشد پس $L(D_1 \times D_2) = \emptyset$

(۲) اگر $L(D_1) \subseteq L(D_2)$ باشد پس $L(D_1 \times D_2) = \emptyset$

(۳) اگر $L(D_1) \neq L(D_2)$ باشد پس $L(D_1 \times D_2) = \emptyset$

(۴) اگر $L(D_2) \subseteq L(D_1)$ باشد پس $L(D_1 \times D_2) = \emptyset$

۸۸- اگر $w = xw'z$ در این صورت x را یک قطعه اولیه w و z را یک قطعه انتهایی w می گوئیم (x و w' و z کاملاً

دل خواه هستند بنابراین می توانند رشته تهی نیز باشند). فرض کنید:

$$P(L) = \{ x \mid x \text{ قطعه اولیه رشته ای مانند } w \in L \text{ است} \}$$

$$S(L) = \{ x \mid x \text{ قطعه انتهایی رشته ای مانند } w \in L \text{ است} \}$$

$$P_2(L) = \{ x \mid \exists y, |y| \geq 2, xy \in L \}$$

از سه عبارت زیر چه تعدادی درست است؟

(الف) اگر L مستقل از متن باشد، آنگاه $P(L)$ مستقل از متن است.

(ب) اگر L مستقل از متن باشد، آنگاه $S(L)$ مستقل از متن است.

(ج) اگر L منظم باشد، آنگاه $P_2(L)$ منظم است.

(۱) صفر

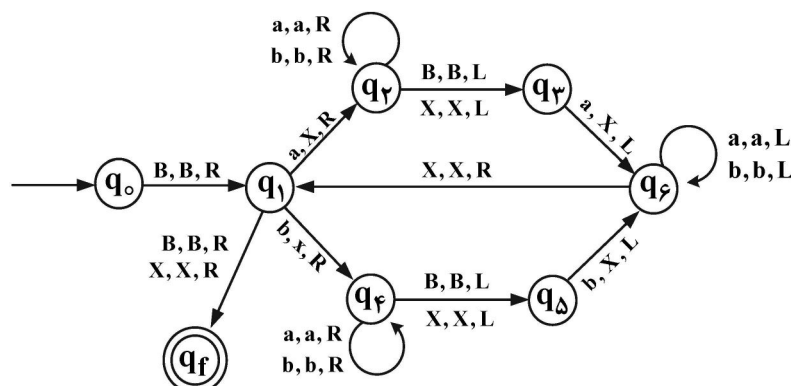
(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۸۹- فرض کنیم M ماشین تورینگ زیر باشد: (B یعنی بلانک، که در برخی منابع با λ نشان داده می شود. اما b یک

حرف الفباست).



اگر $L(M)$ زبان این ماشین تورینگ باشد، کدامیک از موارد زیر درست است؟

(الف) $aaa bb aa bb aa bb aaa \in L(M)$

(ب) $bbb aaaa bbb \in L(M)$

(۲) فقط «ب»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۱) فقط «الف»

(۳) هم «الف» و هم «ب»

۹۰- گرامر مقابل را در نظر بگیرید:

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow a$

$A \rightarrow BaB$

$B \rightarrow bbA$

کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هیچ رشته تولیدشده توسط گرامر دارای تعدادی فرد b متوالی نیست.
- (۲) هیچ رشته تولیدشده توسط گرامر دارای سه a متوالی نیست.
- (۳) هیچ رشته تولیدشده توسط گرامر دارای چهار b متوالی نیست.
- (۴) هر رشته تولیدشده در گرامر حداقل به تعداد a های تولیدشده دارای b است.

مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها:

۹۱- کدام استدلال معتبر است؟

- (الف) بعضی اعداد گویا، عدد طبیعی نیستند.
تمام اعداد طبیعی، عدد صحیح هستند.
بنابراین: بعضی اعداد گویا عدد صحیح نیستند.
- (ب) تمام اعداد اول، مثبت هستند.
بعضی اعداد منفی، مثبت نیستند.
بنابراین: هیچ عدد منفی، اول نیست.
- (۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب»
- (۳) هر دو (۴) نه «الف» و نه «ب»

۹۲- فرض کنیم:

$\alpha \equiv \neg p \rightarrow (q \rightarrow r)$

$\beta \equiv q \rightarrow (p \vee r)$

اگر $\Rightarrow$ نماد استلزام منطقی در منطق گزاره‌ها باشد، کدام گزینه در مورد α و β ، درست است؟

- (۱) $\alpha \Rightarrow \beta$ و $\beta \Rightarrow \alpha$ ولی $\alpha \not\Rightarrow \beta$ (۲) $\alpha \not\Rightarrow \beta$ ولی $\beta \Rightarrow \alpha$
- (۳) $\alpha \Rightarrow \beta$ ولی $\beta \not\Rightarrow \alpha$ (۴) $\alpha \not\Rightarrow \beta$ و $\beta \not\Rightarrow \alpha$

۹۳- فرض کنیم:

تو در کنکور موفق می‌شوی: p

تو تمام تمرین‌ها را حل می‌کنی: q

تو در جلسه تمرکز داری: r

کدام گزینه بهترین ترجمه برای عبارت زیر است؟

«تو در کنکور موفق می‌شوی فقط اگر تمام تمرین‌ها را حل کنی و در جلسه تمرکز داشته باشی.»

(۱) $\neg (q \wedge r) \rightarrow \neg p$

(۲) $q \wedge r \rightarrow p$

(۳) $(\neg q \wedge \sim \neg r) \rightarrow \neg p$

(۴) $r \rightarrow (p \rightarrow q)$

۹۴- فرض کنیم:

$J(x)$: x جنگل است

$A(x)$: x حیوان است

$B(x, y)$: x متعلق به y است

$S(x, y)$: x قوی تر از y است

کدام گزینه بهترین ترجمه برای عبارت زیر است؟

«هر جنگل حیوانی دارد که از تمام حیوانات آن جنگل قوی تر است.»

$$\forall x [J(x) \rightarrow \exists y (A(y) \wedge B(y, x) \wedge \forall z (A(z) \wedge B(z, y) \rightarrow S(y, z)))] \quad (۱)$$

$$\forall x [J(x) \wedge \exists y (A(y) \wedge B(y, x) \wedge \forall z (A(z) \wedge B(z, y) \rightarrow S(y, z)))] \quad (۲)$$

$$\forall x [J(x) \wedge \exists y (A(y) \wedge B(x, y) \wedge \forall z (A(z) \wedge B(y, z) \rightarrow S(y, z)))] \quad (۳)$$

$$\forall x [J(x) \rightarrow \exists y (A(y) \wedge B(y, x) \wedge \forall z (A(z) \wedge B(z, y) \wedge S(y, z)))] \quad (۴)$$

۹۵- کدام یک از فرمول های زیر، راستگو (همیشه درست) نیست؟

$$((A \rightarrow B) \wedge B) \rightarrow B \quad (۱)$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)) \quad (۲)$$

$$((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B \quad (۳)$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B)) \quad (۴)$$

۹۶- فرض کنیم، زبان شامل نماد محمولی دو موضعی A و نماد تابعی یک موضعی f باشد. تعبیری را در نظر می گیریم

$$s = \langle s_1, s_2, s_3, \dots \rangle$$

که در آن دامنه مجموعه اعداد طبیعی، A رابطه $<$ و f تابع $\forall x$ است. از دو دنباله

$$s' = \langle s'_1, s'_2, s'_3, \dots \rangle$$

هرگاه، $s = \langle 2, 4, 6, 8, 10, \dots \rangle$ و $s' = \langle 3, 6, 9, 12, 15, \dots \rangle$ ، کدام یک فرمول $A(f(x_2), x_2)$ را برآورده

(satisfy) می کنند؟

$$(۲) \text{ فقط } \langle s' \rangle$$

$$(۱) \text{ فقط } \langle s \rangle$$

$$(۴) \text{ نه } \langle s \rangle \text{ و نه } \langle s' \rangle$$

$$(۳) \text{ هر دو}$$

۹۷- فرض کنیم، زبان شامل نماد محمولی دو موضعی A و نماد تابعی یک موضعی f باشد. تعبیری را در نظر می گیریم

که در آن دامنه $\mathbb{Z}$ ، A رابطه $\leq$ و f تابع $-x$ باشد. کدام یک از دو فرمول زیر در این تعبیر، درست هستند؟

$$\alpha = \exists x_2 \forall x_1 A(f(x_1), x_2)$$

$$\beta = \exists x_3 A(f(x_2), x_3)$$

$$(۲) \text{ فقط } \langle \beta \rangle$$

$$(۱) \text{ فقط } \langle \alpha \rangle$$

$$(۴) \text{ نه } \langle \alpha \rangle \text{ و نه } \langle \beta \rangle$$

$$(۳) \text{ هر دو}$$

۹۸- کدام یک از دو عبارت زیر منطقاً معتبر (logically valid) هستند؟ (A نماد محمولی دو موضعی دلخواه است.)

$$\forall x \exists y A(x, y) \rightarrow \exists y A(y, y) \quad (الف)$$

$$\exists x \exists y A(x, y) \rightarrow \exists y A(y, y) \quad (ب)$$

$$(۲) \text{ فقط } \langle ب \rangle$$

$$(۱) \text{ فقط } \langle الف \rangle$$

$$(۴) \text{ نه } \langle الف \rangle \text{ و نه } \langle ب \rangle$$

$$(۳) \text{ هر دو}$$

A	B	A B
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	T

۹۹- فرض کنیم | رابط منطقی دوتایی با جدول ارزش زیر باشد.

از دو مورد زیر کدام درست است؟

(الف) $\neg A \equiv A | A$

(ب) $A \vee B \equiv ((A | A) | (B | B))$

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۱۰۰- استدلال زیر در سیستم استنتاج طبیعی را در نظر بگیرید:

$$\begin{array}{c}
 \frac{[P \wedge R] \wedge E}{P} \quad \frac{[P \rightarrow Q]}{Q} \rightarrow E \quad \frac{[P \wedge R] \wedge E}{R} \wedge I \\
 \hline
 \frac{Q \wedge R}{(P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge R)} \rightarrow I \\
 \hline
 (P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge R)) \rightarrow I
 \end{array}$$

چند مورد استفاده اشتباه از قوانین در این استدلال وجود دارد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) صفر

۱۰۱- از دو مجموعه زیر کدام شمارا است؟

(الف) مجموعه تمام زیر، دنباله‌های دنباله $\left\{ \frac{1}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}$

(ب) مجموعه $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ (مجموعه اعداد گویا است).

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۱۰۲- فرض کنیم A مجموعه همه توابع مانند $f: \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\}$ باشد. در این صورت مجموعه A با کدام یک از دو

مجموعه زیر، هم‌توان (هم‌عدد) است؟

(الف) بازه $[0, 1]$

(ب) مجموعه تمام زیرمجموعه‌های مجموعه اعداد گویا

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۱۰۳- فرض کنیم A یک مجموعه و P(A) مجموعه توانی A باشد. اگر $f: A \rightarrow P(A)$ یک تابع باشد، کدام مورد

صحیح است؟

(الف) برای هر $x \in A$ ، $f(x) \subseteq A$

(ب) هیچ $x \in A$ ای وجود ندارد که $f(x) = \{x \in A \mid x \notin f(x)\}$

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۱۰۴- فرض کنیم $A = \{1, \dots, 10\}$ و R رابطه شمردن (عاد کردن) بر A باشد. کدام گزینه در مورد زیرمجموعه

$B = \{2, 5, 6\}$ در مجموعه مرتب جزئی $(A, R^{-1} - I_A)$ صحیح است؟ (I_A یعنی رابطه همانی بر A)

(۱) B دارای کران بالایی است ولی کران پایینی ندارد.

(۲) B دارای کران پایینی است ولی کران بالا ندارد.

(۳) B کران بالایی ندارد و کران پایینی هم ندارد.

(۴) B هم کران بالا و هم کران پایینی دارد.

۱۰۵- کدام مورد (موارد) صحیح است؟

الف) اگر α و β اوردینال باشند و $\beta \subsetneq \alpha$ آنگاه $\beta \in \alpha$.

ب) اگر α اوردینال باشد آنگاه $\alpha \cup \{\alpha\}$ یک اوردینال است.

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب»

(۳) هر دو (۴) نه «الف» و نه «ب»

۱۰۶- p و q و r را سه جمله در زبان محمولات درجه ۱ در نظر می گیریم، کدام استنتاج صحیح است؟

$$\frac{p \wedge q}{q \rightarrow r} \quad (۱)$$

$$\frac{p \rightarrow r}{(p \wedge q) \rightarrow r} \quad (۲)$$

$$\frac{(p \wedge q) \rightarrow r}{p \rightarrow r} \quad (۳)$$

$$\frac{p \vee q}{p \wedge q} \quad (۴)$$

۱۰۷- کدام مورد زیر، اوردینال حدی است؟

الف) $1 + \omega$

ب) $\omega + 2$

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب»

(۳) هر دو (۴) نه «الف» و نه «ب»

۱۰۸- فرض کنیم $(A, <)$ یک مجموعه مرتب خطی ناتهی باشد به طوری که:

(I) برای هر $a \in A$ یک $b \in A$ هست که $a < b$.

(II) هر زیرمجموعه ناتهی A دارای کوچکترین عضو است.

در این صورت $(A, <)$ ، با کدام مورد همواره یکریخت است؟

الف) $(\mathbb{N}, <)$ ب) $(\mathbb{Q}, <)$

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب»

(۳) هر دو (۴) نه «الف» و نه «ب»

۱۰۹- فرض کنیم $F: P(A) \rightarrow P(A)$ یک تابع است که از $X \subseteq Y \subseteq A$ نتیجه شود $F(X) \subseteq F(Y)$.

فرض کنیم $T = \{X \subseteq A \mid F(X) \subseteq X\}$.

کدام مجموعه عضو T است؟

الف) $\bigcap T$ ب) $F(\bigcap T)$

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب»

(۳) هر دو (۴) نه «الف» و نه «ب»

۱۱۰- کدام مورد، با 2^{10} برابر است؟

- (الف) 3^{10}
(۱) فقط «الف»
(ب) 10^{10}
(۲) فقط «ب»
(۳) هر دو
(۴) نه «الف» و نه «ب»

ریاضیات گسسته و مبانی ترکیبیات:

۱۱۱- فرض کنیم $f(x) = \frac{1+x^3}{(1+x)^3}$ تابع مولد دنباله $a_0, a_1, a_2, \dots$ باشد. در این صورت a_9 ، کدام است؟

- (۱) $-(2^9 + 2)$
(۲) -27
(۳) $2^9 + 2$
(۴) 27

۱۱۲- فرض کنیم $A = \sum_{i=0}^{10} 2^i \binom{10}{i}$. در این صورت مقدار $\frac{A}{10^4}$ ، در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱) $[7, +\infty)$
(۲) $[0, 2)$
(۳) $[4, 7)$
(۴) $[2, 4)$

۱۱۳- شخصی ۵ کودک E و D و C و B و A و شش جایزه ۱، ۲، ...، ۶ دارد که می خواهد این جوایز را به کودکان هدیه دهد ولی فقط می توان به ۳ کودک هدیه داد. هر جایزه را می توان به حداکثر یک کودک داد و هر کودک حداکثر یک جایزه می گیرد ولی A از ۲ و ۳ و بدش می آید، B از ۲ بدش می آید و D از ۱ و ۴ و ۵ بدش می آید. اگر x تعداد حالاتی باشد که می توان سه جایزه از بین جوایز را با شرایط فوق به ۳ کودک اختصاص داد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $x \in [300, 600)$
(۲) $x \in [1, 300)$
(۳) $x \in [600, 900)$
(۴) $x \geq 900$

۱۱۴- فرض کنیم x تعداد اعداد صحیح مثبت کوچک تر مساوی ۱۰۰۰۰۰۰ می باشد که نه مربع کامل و نه مکعب کامل است.

- x کدام است؟
(۱) ۹۹۹۰۹۰
(۲) ۹۹۸۸۹۰
(۳) ۹۹۸۹۰۰
(۴) ۹۹۸۹۱۰

۱۱۵- یک گروه ۱۲ نفری شامل ۴ مرد و ۸ زن مفروض است. اگر $A \times 8!$ روش‌های مختلفی باشد که می‌توان این ۱۲ نفر را به صورت خطی در یک سطر آرایش داد به طوری که هر زن کنار یک زن باشد ولی هیچ زنی کنار دو زن نباشد، A کدام است؟

(۱) ۲۴

(۲) ۳۲

(۳) ۴۸

(۴) ۱۲۰

۱۱۶- فرض کنیم سکه‌های ۱، ۲، ۵ و ۱۰ تومانی و پول کاغذی ۵ و ۱۰ تومانی به مقدار کافی از هر کدام در اختیار داریم. اگر A تعداد حالت‌های مختلفی باشد که می‌توان یک صورت حساب ۱۵ تومانی را با این سکه‌ها و پول‌های کاغذی پرداخت کرد، کدام گزینه صحیح است؟

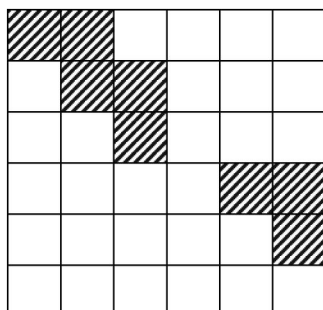
(۱) $A \in [3010, +\infty)$

(۲) $A \in [900, 1690)$

(۳) $A \in [1690, 3010)$

(۴) $A \in [1, 900)$

۱۱۷- فرض کنیم C صفحه شطرنجی زیر شامل خانه‌های هاشور نخورده باشد. اگر a ضریب x^6 در چندجمله‌ای رخی صفحه C باشد، کدام گزینه صحیح است؟



(۱) $a \in [0, 1000)$

(۲) $a \in [1000, 1600)$

(۳) $a \in [1600, 2000)$

(۴) $a \in [2000, +\infty)$

۱۱۸- از دو عبارت زیر، کدام صحیح است؟

(الف) ۱۰ عدد صحیح دورقمی متمایز مفروض است. همواره می‌توان زیرمجموعه‌های مجزای A و B از این اعداد پیدا کرد به طوری که مجموع اعضای A با مجموع اعضای B برابر باشد.

(ب) هر دنباله دلخواه متشکل از ۱۶ عدد حقیقی، یک زیردنباله صعودی به طول ۵ یا یک زیردنباله نزولی به طول ۵ دارد.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) نه «الف» و نه «ب»

۱۱۹- فرض کنیم G گرافی است که مجموعه رأس‌های آن زیرمجموعه‌های مجموعه $\{a, b, c\}$ هستند و دو رأس X و Y مجاورند اگر و تنها اگر تفاوت X و Y دقیقاً در یک عضو باشد، کدام یک از دو عبارت زیر در مورد G ، درست است؟

(الف) G تطابق کامل دارد.

(ب) G دور همیلتونی دارد.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) نه «الف» و نه «ب»

- ۱۲۰- کدام یک از دو گزاره زیر، صحیح است؟
 (الف) هر درخت حداکثر یک تطابق کامل دارد.
 (ب) فرض کنیم G یک گراف ساده $2n$ رأسی است که درجه هر رأس آن حداقل $n+1$ است. در این صورت G تطابق کامل دارد.

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

- ۱۲۱- از یک جدول 10×10 یک خانه گوشه حذف شده است. (بنابراین ۹۹ خانه دارد) به چند طریق می توان یک کاشی 1×3 را به طور افقی در آن قرار داد؟

(۱) ۶۹

(۲) ۷۶

(۳) ۷۹

(۴) ۸۹

- ۱۲۲- معادله زیر چند جواب دارد؟ (متغیرها باید عدد طبیعی باشند).

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 200 \\ \forall i \quad x_i \geq i, \quad x_i \in \mathbb{N} \\ x_{10} \neq 20 \end{cases}$$

(۱) $\binom{155}{9} - \binom{133}{8}$

(۲) $\binom{155}{9} - \binom{125}{8}$

(۳) $\binom{154}{9} - \binom{133}{8}$

(۴) $\binom{154}{9} - \binom{125}{8}$

- ۱۲۳- زبان انگلیسی دارای ۲۶ حرف است. به چند طریق می توان این ۲۶ حرف متمایز را در یک ردیف چید به طوری که هم سمت چپ ترین حرف، حرف a نباشد، هم سمت راست ترین حرف، حرف z نباشد؟

(۱) $26! - 2 \times 25!$

(۲) $26! - 2 \times 25! + 24!$

(۳) $26! - 24!$

(۴) هیچ کدام

- ۱۲۴- فرض کنیم m تعداد حالت هایی است که می توان اعداد $1, 2, \dots, 10$ را به هشت مجموعه (بدون برچسب) افراز کرد. کدام گزینه در مورد m ، صحیح است؟

(۱) $m \geq 631$

(۲) $0 \leq m \leq 120$

(۳) $121 \leq m \leq 300$

(۴) $301 \leq m \leq 630$

۱۲۵- تعداد توابع ارزش‌دهی {درست، نادرست} $f: \{x_1, \dots, x_5\} \rightarrow$ که ارزش گزاره زیر را «درست» می‌کند چند است؟ $(x_i \sim \text{یعنی نقیض گزاره اتمی } x_i)$

$$(x_1 \vee (\sim x_2) \vee x_3) \wedge (x_1 \vee (\sim x_2) \vee (\sim x_4)) \wedge (x_1 \vee (\sim x_2) \vee (\sim x_5))$$

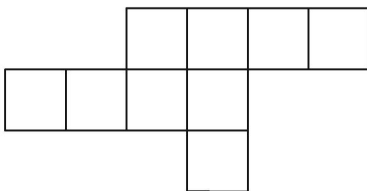
(۱) ۳۱

(۲) ۳۳

(۳) ۵۲

(۴) ۲۵

۱۲۶- به چند طریق می‌توان خانه‌های زیر را با ۳ رنگ زرد، آبی و بنفش رنگ کرد به‌طوری‌که هیچ دو خانه‌ای که ضلع مجاور دارند، هم‌رنگ نباشند؟



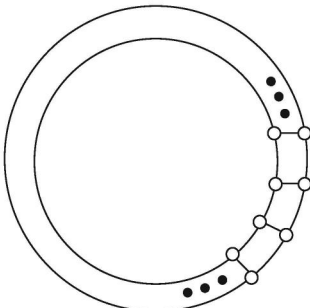
(۱) $2^8 \times 3$

(۲) $2^7 \times 9$

(۳) $2^7 \times 3$

(۴) $2^6 \times 9$

۱۲۷- گراف زیر ۵۰ رأس دارد (۲۵ رأس روی هر یک از دو دایره شکل) هم‌چنین درجه هر رأس ۳ است. به چند طریق می‌توان ۲۳ رأس از این گراف را انتخاب کرد به‌طوری‌که هیچ دو رأس مجاوری انتخاب نشده باشند؟



(۱) ۶۰۰

(۲) ۱۱۵۰

(۳) ۱۲۰۰

(۴) ۱۲۵۰

۱۲۸- k را کوچک‌ترین عدد طبیعی تعریف می‌کنیم به‌طوری‌که در هر مجموعه k عضوی از اعداد طبیعی، چهار عضو متمایز وجود داشته باشد که تفاضل هر دو عضو از این چهار عضو، هم مضرب ۷ و هم مضرب ۹ باشد. k چند است؟

(۱) ۶۴

(۲) ۱۴۵

(۳) ۱۹۰

(۴) ۲۵۳

۱۲۹- چند جمله از جملات a_{100} الی a_{200} زوج است؟ (خود جملات a_{100} و a_{200} را هم در صورت زوج بودن در نظر بگیرید).

$$\begin{cases} a_0 = 5 \\ a_1 = 2 \\ \forall n \geq 2 \quad a_n = a_{n-1} + a_{n+2} \end{cases}$$

(۱) ۳۳

(۲) ۳۴

(۳) ۶۶

(۴) ۶۷

۱۳۰- فرض کنید $A = \{1, 2, \dots, 100\}$. هر ۳ عضو متمایز از A در چند زیرمجموعه ۸ عضوی از A به صورت توأم ظاهر می‌شوند؟

$$(1) \binom{97}{5} \binom{8}{3}$$

$$(2) \binom{97}{3} \frac{97!}{92!}$$

$$(3) \frac{97!}{92!}$$

$$(4) \binom{97}{5}$$