

عصر جمعه

۸۵/۱۲/۱۱

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.  
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

# آزمون ورودی دوره های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل سال ۱۳۸۶

آزمون پایه مجموعه ریاضی  
۱- ریاضی محض  
۲- ریاضی کاربردی  
۳- آموزش ریاضی  
(کد ۱۲۰۸)

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی داوطلب:

مدت پاسخگویی: ۱۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۱۰

مواد امتحانی رشته مجموعه ریاضی ۱- ریاضی محض ۲- ریاضی کاربردی ۳- آموزش ریاضی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	ریاضیات عمومی	۳۰	۳۱	۶۰
۳	معادلات دیفرانسیل	۲۵	۶۱	۸۵
۴	آمار و احتمال	۲۵	۸۶	۱۱۰

اسفند ماه سال ۱۳۸۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

۹۰۹

### Part A: Vocabulary and Grammar

**Directions:** Choose the number of the answer (1), (2), (3), or (4) that best completes the sentence. Then mark your choice on your answer sheet.

- 1- There was widespread ----- over the plan, and the management had finally to revise it.  
1) discontent                      2) antithesis                      3) interaction                      4) emergence
- 2- Many of the residents here are ----- of the original settlers emigrating to the area at the end of the 18<sup>th</sup> century.  
1) prototypes                      2) derivatives                      3) procedures                      4) descendants
- 3- The audience broke into ----- as the old singer slowly climbed the stairs.  
1) tribute                      2) applause                      3) compliment                      4) encouragement
- 4- She ----- him into handing over all his savings, and then ran away with all the money.  
1) inclined                      2) betrayed                      3) deceived                      4) conceived
- 5- High winds have ----- fire-fighters in their efforts to put out the blaze in the forest.  
1) diverted                      2) released                      3) hindered                      4) interfered
- 6- His mother ----- him for breaking the vase her mother had given her as a wedding gift.  
1) scolded                      2) clashed                      3) disputed                      4) quarreled
- 7- In the event of nosebleed, ----- the nostrils together between your thumb and finger to stop the bleeding.  
1) combine                      2) pinch                      3) prick                      4) squeeze
- 8- I'd rather ----- him leave than -----.  
1) see, stay                      2) see, to stay                      3) to see, to stay                      4) seeing, staying
- 9- Don't let the baby play with your watch in case he ----- it.  
1) had broken                      2) breaks                      3) breaking                      4) is broken
- 10- He wrote his diary in a secret language so that his wife ----- be able to read it.  
1) couldn't                      2) mustn't                      3) oughtn't                      4) wouldn't

### Part B: Cloze Test

**Directions:** Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each blank. Then mark your choice on your answer sheet.

Particular concern is devoted throughout the country to the training and retraining of (11) -----, particularly of those who have been out of work for (12) ----- periods. Yet such provision has been (13) ----- for not matching the real requirements (14) ----- the labour market, and thus for (15) ----- simply as a way of keeping the jobless occupied.

- 11- 1) unemployed                      2) unemployment                      3) the unemployed                      4) the unemployment
- 12- 1) extending                      2) extensive                      3) extended                      4) extensively
- 13- 1) critical                      2) criticism                      3) criticising                      4) criticised
- 14- 1) of                      2) to                      3) or                      4) and
- 15- 1) using                      2) being used                      3) having used                      4) having been used

Read the following and answer questions 16-20.

### Equivalent equations

Two equations with variables are said to be equivalent if they have the same domains of definition and the same solution sets. Otherwise the equations are called inequivalent.

The equations  $4a+2=10$  and  $6x=12$  are equivalent relative to the set  $\mathbf{R}$  of the real numbers, because the solution set of each consists of the number 2 only. The equation  $a^2 = 9$  and  $x^3 = 27$  are inequivalent relative to the set  $\mathbf{Z}$  of integers, because the solution set of the first equation consists of  $+3$ , that of the second  $-3$  only. However, relative to the set  $\mathbf{N}$  or the natural numbers these equations are equivalent, for then the solution set of each consists of the number 3 only.

In transformations of equations with variables one distinguishes between equivalent and inequivalent transformations. If an equation is transferred so that the resulting equation (2) is resulting to (1), then one says that (2) arises from (1) by an equivalent transformation.

If  $S_1$  and  $S_2$  are the solution sets of the equations (1) and (2), then an equivalent transformation is therefore characterized by the fact that  $S_1 = S_2$ . In all other cases the transformation is said to be inequivalent. This is so, in particular, when  $S_1 \subset S_2$ , that is, when the transformation has led to additional solutions, or when  $S_1 \supset S_2$ , that is, when solutions have got lost in the transformation. In the case  $S_1 \subset S_2$  those solutions of the equation (2) that are not solutions of the equation (1) can be sorted out by a check in (1).

Transformations leading to a loss of solutions can occur, for example on dividing an equation by an expression containing a variable or by extracting a root from the equation. If in the solution of the equation one performs inequivalent transformations, then additional investigations are required to determine the solutions that may have got lost or those that are not solutions of the original equation. Such complications can be avoided if only equivalent transformations are performed. Therefore it is very important to know what transformations of an equation are equivalent. The following theorems, in which the domain of definition is  $\mathbf{R}$ , give some relevant indications.

16 – The equations  $a^2 = 9$  and  $x^3 = 27$  are equivalent - - - - -.

- |                                    |   |
|------------------------------------|---|
| 1) relative to the set of integers | 2) relative to the set of natural numbers |
| 3) because they have a solution +3 | 4) relative to the set of real numbers    |

17 – Two equations with variables on the same domains of definitions are inequivalent if they have - - - - -.

- |                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| 1) at most one solution not in common | 2) at least one solution in common     |
| 3) at most one solution in common     | 4) at least one solution not in common |

18 – Equivalent transformation is referred to - - - - - equations.

- |                                |              |
|--------------------------------|--------------|
| 1) different inequivalent      | 2) different |
| 3) equivalent and inequivalent | 4) similar   |

19 – The solution sets of two equations arising from two transformations of an equation may not be the same - - - - -.

- 1) if the two transformations are not equivalent
- 2) even if the two transformations are equivalent
- 3) if a division or a square root is used in the two transformations
- 4) if the two transformations are not applicable

20 – Extracting a root from an equation makes the transformation result in - - - - -.

- |                             |                                  |
|-----------------------------|----------------------------------|
| 1) an equivalent expression | 2) determining all the solutions |
| 3) the loss of solutions    | 4) a proper equation             |

Read the following and answer questions 21-25.

The major disciplines within mathematics first arose out of the need to do calculations in commerce, to understand the relationships between numbers, to measure land, and to predict astronomical events. These four needs can be roughly related to the broad subdivision of mathematics into the study of quantity, structure, space, and change (i.e., arithmetic, algebra, geometry and analysis). In addition to these main concerns, there are also subdivisions dedicated to exploring links from the heart of mathematics to other fields: to logic, to set theory (foundations) and

ing links from the heart of mathematics to other fields: to logic, to set theory (foundations) and to the empirical mathematics of the various sciences (applied mathematics).

The study of quantity starts with numbers, first the familiar natural numbers and integers and their arithmetical operations, which are characterized in arithmetic. The deeper properties of whole numbers are studied in number theory.

The study of structure began with investigations of Pythagorean triples. Neolithic monuments on the British Isles are constructed using Pythagorean triples. Eventually, this led to the invention of more abstract numbers, such as the square root of two. The deeper structural properties of numbers are studied in abstract algebra and the investigation of groups, rings, fields and other abstract number systems. Included is the important concept of vectors, generalized to vector spaces and studied in linear algebra. The study of vectors combines three of the fundamental areas of mathematics, quantity, structure, and space.

21 – According to the first paragraph, subdivision of mathematics relates to the study of

-----.

- 1) links to logic, to foundations and to empirical mathematics
- 2) merely quantity, structure, space and change
- 3) merely arithmetic, algebra, geometry and analysis
- 4) various types of calculations needed in various fields of study

22 – Applied mathematics is concerned with -----.

- 1) exploring computational aspects of mathematics
- 2) problems involving calculations
- 3) exploring links from mathematics to the empirical mathematics of various sciences
- 4) investigating theoretical mathematics arising in various sciences

23 – Algebra is concerned with -----.

- |   |                          |
|---|--------------------------|
| 1) understanding the structure of numbers | 2) the study of quantity |
| 3) measuring land                         | 4) predicting change     |

24 – The notions of quantity, structure and space are - - - - -.

- 1) not related to the study of linear algebra
- 2) conceptualized by linear algebra
- 3) disregared by the introduction of vectors
- 4) introduced to study linear algebra without a need for vectors

25 – Invention of abstract numbers was caused by the - - - - -.

- 1) analysis of arithmetic
- 2) study of structure of numbers
- 3) analysis of change
- 4) introduction of vectors in linear algebra

Read the following and answer questions 26-30.

Swiss mathematician was born at Basel on the 15th of April 1707. After receiving preliminary instructions in mathematics from his father, Paul Euler, he was sent to the University of Basel, where geometry soon became his favorite study. Having taken his degree as Master of Arts in 1723, Euler applied himself, at his father's desire, to the study of theology and the Oriental languages with the view of entering the church, but, with his father's consent, he soon returned to geometry as his principal pursuit. At the same time, he applied himself to the study of physiology, to which he made a happy application of his mathematical knowledge; and he also attended the medical lectures at Basel.

In 1727, Euler took up his residence in St. Petersburg, and was made an associate of the Academy of Sciences. In 1730 he became professor of physics, and in 1733 he succeeded Daniel Bernoulli in the chair of mathematics. It was at this time that he carried the integral calculus to a higher degree of perfection, invented the calculation of sines, reduced analytical operations to a greater simplicity, and threw new light on nearly all parts of pure mathematics.

In 1735 a problem proposed by the academy, for the solution of which several eminent mathematicians had demanded the space of some months, was solved by Euler in three days.

In 1741 Euler accepted the invitation of Frederick the Great to Berlin, where he was made a member of the Academy of Sciences and professor of mathematics.

In 1755 Euler had been elected a foreign member of the Academy of Sciences at Paris, and some time afterwards the academical prize was adjudged to three of his memoirs.

Euler had made very considerable progress in medical, botanical and chemical science, and he was an excellent classical scholar, and extensively read in general literature.

Euler's genius was great and his industry still greater. His works, if printed in their completeness, would occupy from 60 to 80 quarto volumes. He died on the 18th of September 1783.

26 – Euler was most competent - - - - -.

- 1) in the study of theology and the oriental languages
- 2) in applied mathematics only
- 3) in pure mathematics only
- 4) both in pure and applied mathematics

27 – The complete work of Euler - - - - -.

- 1) is devoted to his father, Pual Euler
- 2) , although scarce, but is generally read in the literature
- 3) is extensive
- 4) is considered excellent by classical scholars

28 – Euler became the chair of mathematics after he succeeded to become - - - - -.

- 1) a physiologist
- 2) a prominent mathematician
- 3) a professor of mathematics
- 4) an associate memeber of the Academy of Sciences

29 – Euler is known as a classical scholar, because of his many contributions to - - - - -.

- 1) pure mathematics
- 2) the study of theology and the Oriental languages
- 3) both pure and applied mathematics
- 4) the study of physical sciences

30 – As a youngster, Euler liked the study of - - - - - the most.

- 1) theology
- 2) geometry
- 3) medical sciences
- 4) physiology

۳۱- تابع  $f$  را روی  $[0, 1]$  با ضابطه  $f(x) = x$  هرگاه  $x$  گویا باشد و  $f(x) = 1 - x$  هرگاه  $x$  اصم باشد تعریف می کنیم و قرار می دهیم  $g = f(f(x))$ . کدام گزاره درست است؟

- (۱)  $f$  و  $g$  تنها در نقطه  $\frac{1}{4}$  پیوسته اند.  
 (۲)  $f$  و  $g$  فقط در نقاط گویا پیوسته هستند.  
 (۳)  $g$  در هر نقطه از  $[0, 1]$  و  $f$  در نقاط گویا پیوسته است.  
 (۴)  $g$  در هر نقطه از  $[0, 1]$  و  $f$  تنها در  $\frac{1}{4}$  پیوسته است.

۳۲- مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} e^{-nx} (1 + \frac{x}{n})^{n^2}$  کدام است؟

- (۱) ۱  
 (۲)  $e^{-\frac{x^2}{2}}$   
 (۳)  $e^{\frac{x^2}{2}}$   
 (۴)  $\infty$

۳۳- اگر  $p, q > 0$ ، کدام گزینه در مورد انتگرال  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^p + x^q}$  صحیح است؟

- (۱) هرگاه  $0 < q < 1 < p$  همگراست.  
 (۲) هرگاه  $0 < p < 1$  و  $0 < q < 1$  همگراست.  
 (۳) هرگاه  $p > 1$  و  $q > 1$  همگراست.  
 (۴) به ازای هر  $p, q$  واگراست.

۳۴- بسط مک لورن  $2x \cos x^2 - 2x^2 \sin x^2$  کدام است؟

- (۱)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+2)x^{2n+1}}{(2n)!}$   
 (۲)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1} (2n+2)}{(2n)!}$   
 (۳)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1} (2n+2)}{(2n+1)!}$   
 (۴)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1} (2n+2)}{(2n+1)!}$

۳۵- کدام گزینه در مورد  $I_n = \int_0^1 \ln^n x dx$  درست است؟

- (۱)  $I_n$  واگراست.  
 (۲)  $I_n$  همگرا به  $(-1)^n n!$  است.  
 (۳)  $I_n$  همگرا به  $(-1)^n n$  است.  
 (۴)  $I_n$  همگرا به  $(-1)^n$  است.

۳۶- کدام گزینه در مورد دنباله  $(\frac{1}{a^n} + \frac{1}{b^n} + \frac{1}{c^n})^{\frac{1}{n}}$ ،  $0 < a < b < c$  صحیح است؟

- (۱) واگراست.  
 (۲) همگراست به  $\frac{1}{a}$   
 (۳) همگراست به  $\frac{1}{b}$   
 (۴) همگراست به  $\frac{1}{c}$

۳۷- دنباله تعریف شده به صورت  $r_1 = 1, r_{n+1} = 1 + \frac{1}{r_n}$  در کدام گزینه صدق می کند؟

- (۱) دنباله  $\{r_n\}$  نزولی و همگرا به  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  است.  
 (۲) دنباله  $\{r_n\}$  صعودی و همگرا به  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  است.  
 (۳) زیر دنباله فرد  $\{r_n\}$  نزولی و همگرا به  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  است.  
 (۴) زیر دنباله زوج  $\{r_n\}$  نزولی و همگرا به  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  است.



کتابخانه

۲۸- هرگاه  $F(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \frac{x}{n} \sin \frac{jx^2}{n}$ ،  $F'(\sqrt{\frac{\pi}{2}})$  کدام است؟

- (۲) ۰  
(۴)  $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

- (۱)  $-\sqrt{\frac{2}{\pi}}$   
(۳) ۱

۲۹- شعاع، بازه و مرکز همگرایی سری  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{n}$  به ترتیب کدامند؟

- (۲)  $[-1, 0)$  و  $-\frac{1}{2}$   
(۴)  $[-1, 0]$  و  $\frac{1}{2}$

- (۱)  $[-1, 0]$  و  $-\frac{1}{2}$   
(۳)  $[-1, 0)$  و  $\frac{1}{2}$

۴۰- اگر  $A = \int_0^{\pi} \frac{\cos x}{(x+2)^2} dx$  مقدار  $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x+2} dx$  کدام است؟

- (۲)  $\frac{1}{\pi+2} - \frac{1}{2} + A$   
(۴)  $\frac{1}{\pi+2} + \frac{1}{2} + A$

- (۱)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi+2} - A$   
(۳)  $\frac{1}{\pi+2} + \frac{1}{2} - A$

۴۱- در صورتی که بدانیم  $f(\pi) = 2$  و  $\int_0^{\pi} (f(x) + f''(x)) \sin x dx = 5$  مقدار  $f(0)$  کدام است؟

- (۲) ۲  
(۴) ۵

- (۱) ۱  
(۳) ۳

۴۲- می دانیم  $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$  مقدار انتگرال  $\int_0^1 x^2 (\ln \frac{1}{x})^2 dx$  کدام است؟

- (۲)  $\frac{1}{33} \Gamma(4)$   
(۴)  $\frac{1}{34} \Gamma(4)$

- (۱)  $\frac{1}{33} \Gamma(3)$   
(۳)  $\frac{1}{34} \Gamma(3)$

۴۳- در صورتی که  $f(x) = \int_0^{x^2+1} \frac{f(t)}{t^2+2t+1} dt$  و  $f(0) = 0$  مقدار  $f(x)$  کدام است؟

- (۲)  $\frac{-1}{2(x+1)^2} + \frac{1}{2}$   
(۴)  $\frac{1}{2(x+1)^2} - \frac{1}{2}$

- (۱)  $\frac{-1}{2(x+1)} + \frac{1}{2}$   
(۳)  $\frac{1}{2(x+1)} - \frac{1}{2}$

۴۴- مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \frac{n!}{n^n}$  کدام است؟

- (۲)  $e^{-1}$   
(۴)  $e$

- (۱) -۱  
(۳) ۱

کتابخانه  
مستتر تست

۴۵- مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1+n+n^2)^{\frac{1}{n}}$  کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴)  $\infty$

(۳)  $e$

۴۶- کدام حکم در مورد نقاط  $M_1(0, -2, 0)$  و  $M_2(-1, -2, -2)$  متعلق به سطح  $z = 4xy^2 + xy^2 + x^2y^2$  درست است؟

(۱)  $M_2$  نقطهٔ مینیمم است و  $M_1$  نه ماکزیمم است و نه مینیمم. (۲)  $M_1$  و  $M_2$  نقطه‌های مینیمم هستند.

(۳)  $M_1$  و  $M_2$  نقاط ماکزیمم هستند. (۴) هیچ کدام از نقاط  $M_1$  و  $M_2$  اکسترمم نیست.

۴۷- می‌خواهیم جعبهٔ مکعب مستطیل شکل دربازی با حجم ثابت ۱۶ بسازیم. ابعاد جعبه را طوری تعیین می‌کنیم تا مساحت کل حداقل شود.

مساحت جعبه کدام است؟

(۲)  $16\sqrt{2}$

(۱)  $8\sqrt{2}$

(۴)  $64\sqrt{2}$

(۳)  $24\sqrt{2}$

۴۸- نقاط  $A(2, 1, -1)$  و  $B(1, 1, 1)$  و  $C(2, -1, 1)$  مفروض‌اند، برداری هم راستا با نیمساز زاویه  $\hat{A}BC$  کدام است؟

(۲)  $\frac{1}{\sqrt{5}} \langle 2, -1, 2 \rangle$

(۱)  $\frac{1}{\sqrt{5}} \langle 2, 1, -1 \rangle$

(۴)  $\frac{1}{\sqrt{5}} \langle 2, 2, -2 \rangle$

(۳)  $\frac{1}{\sqrt{5}} \langle 2, -2, -2 \rangle$

۴۹- صفحه‌ای از نقطه  $A(2, 3, 4)$  گذشته و حجم محصور بین آن و صفحات مختصات می‌نیم شده است، این حجم کدام است؟

(۲) ۱۰۸

(۱) ۱۰۴

(۴) ۱۱۲

(۳) ۱۱۰

۵۰- انتگرال دوگانه زیر پس از تعویض ترتیب با کدام انتگرال مکرر برابر است؟

$$I = \int_{z=0}^{\frac{1}{2}} \left( \int_{y=0}^{y=z} f(x, y) dy \right) dx + \int_{x=\frac{1}{2}}^1 \left( \int_{y=0}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy \right) dx$$

$$I = \int_{y=0}^{\frac{1}{2}} \left( \int_{x=y}^{\sqrt{y^2-1}} f(x, y) dx \right) dy \quad (2)$$

$$I = \int_{y=0}^1 \left( \int_{x=2y}^{\sqrt{1-2y^2}} f(x, y) dx \right) dy \quad (1)$$

$$I = \int_{y=0}^1 \left( \int_{x=y}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx \right) dy \quad (4)$$

$$I = \int_{y=0}^1 \left( \int_{x=-y}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx \right) dy \quad (3)$$

۵۱- اگر  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{|x|+|y|} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  ،  $f_x(0, 0)$  کدام است؟

(۲) ۱

(۱) ۰

(۴)  $\frac{y|y|}{(|x|+|y|)^2}$

(۳)  $\infty$

فصل اول

مقدمه

۱-۱-۱

۱-۱-۲

۱-۱-۳

۱-۱-۴

۱-۱-۵

۱-۱-۶

۱-۱-۷

۱-۱-۸

۱-۱-۹

۱-۱-۱۰

۱-۱-۱۱

۱-۱-۱۲

۱-۱-۱۳

۱-۱-۱۴

۱-۱-۱۵

۱-۱-۱۶

۱-۱-۱۷

۱-۱-۱۸

۱-۱-۱۹

۱-۱-۲۰

۱-۱-۲۱

۱-۱-۲۲

۱-۱-۲۳

۱-۱-۲۴

۱-۱-۲۵

۱-۱-۲۶

۱-۱-۲۷

۱-۱-۲۸

۱-۱-۲۹

۱-۱-۳۰

۱-۱-۳۱

۱-۱-۳۲

۱-۱-۳۳

۱-۱-۳۴

۱-۱-۳۵

۱-۱-۳۶

۱-۱-۳۷

۱-۱-۳۸

۱-۱-۳۹

۱-۱-۴۰

۱-۱-۴۱

۱-۱-۴۲

۱-۱-۴۳

۱-۱-۴۴

۱-۱-۴۵

۱-۱-۴۶

۱-۱-۴۷

۱-۱-۴۸

۱-۱-۴۹

۱-۱-۵۰

۱-۱-۵۱

۱-۱-۵۲

۱-۱-۵۳

۱-۱-۵۴

۱-۱-۵۵

۱-۱-۵۶

۱-۱-۵۷

۱-۱-۵۸

۱-۱-۵۹

۱-۱-۶۰

۱-۱-۶۱

۱-۱-۶۲

۱-۱-۶۳

۱-۱-۶۴

۱-۱-۶۵

۱-۱-۶۶

۱-۱-۶۷

۱-۱-۶۸

۱-۱-۶۹

۱-۱-۷۰

۱-۱-۷۱

۱-۱-۷۲

۱-۱-۷۳

۱-۱-۷۴

۱-۱-۷۵

۱-۱-۷۶

۱-۱-۷۷

۱-۱-۷۸

۱-۱-۷۹

۱-۱-۸۰

۱-۱-۸۱

۱-۱-۸۲

۱-۱-۸۳

۱-۱-۸۴

۱-۱-۸۵

۱-۱-۸۶

۱-۱-۸۷

۱-۱-۸۸

۱-۱-۸۹

۱-۱-۹۰

۱-۱-۹۱

۱-۱-۹۲

۱-۱-۹۳

۱-۱-۹۴

۱-۱-۹۵

۱-۱-۹۶

۱-۱-۹۷

۱-۱-۹۸

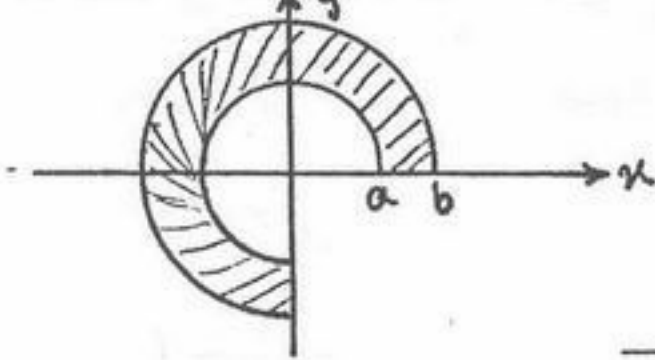
۱-۱-۹۹

۱-۱-۱۰۰

۵۲- اگر  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  مشتق سویی  $f$  در مبدأ در کدام جهت موجود نیست؟

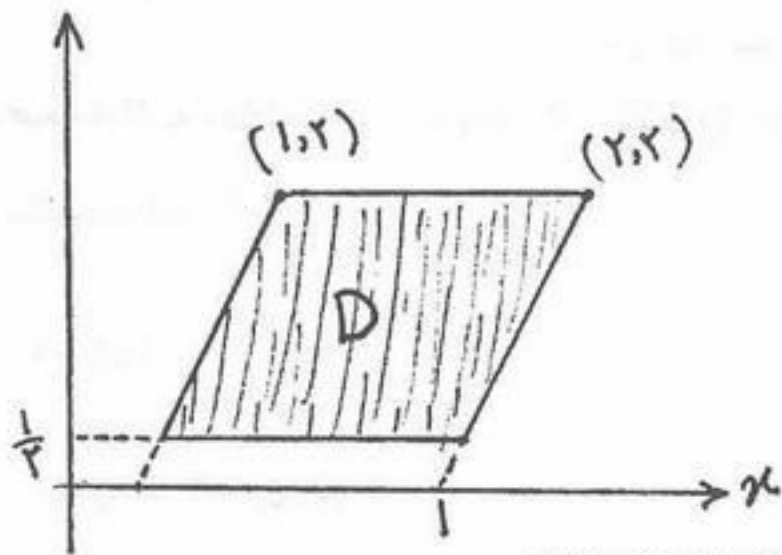
- (۱)  $\vec{i}$  (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$  (۳)
- (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$  (۴)

۵۳- ناحیه  $D$  در شکل مقابل بخشی از صفحه  $xoy$  و محدود به دو دایره به شعاع‌های  $a$  و  $b$  است. اگر  $\delta(x, y) = |x| + |y|$  چگالی (جرم مخصوص) هر نقطه از ناحیه جرم دار باشد جرم کل ناحیه کدام است؟



- (۱)  $\frac{2}{3}(b^2 - a^2)$  (۱)
- (۲)  $2(b^2 - a^2)$  (۲)
- (۳)  $\frac{2}{3}(a^2 - b^2)$  (۳)
- (۴)  $\frac{1}{4}(a^2 - a^2 - b^2 + b^2)$  (۴)

۵۴- مقدار انتگرال  $I = \iint_D \frac{(y-2x)^2}{y^2} dA$  که در آن ناحیه شکل مقابل است، کدام است؟



- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۱)
- (۲)  $\frac{8}{21}$  (۲)
- (۳)  $\frac{3}{2}$  (۳)
- (۴)  $\frac{8}{3}$  (۴)

۵۵- مساحت قسمتی از رویه  $z = x^2 - y^2$  که در داخل استوانه  $x^2 + y^2 = 4$  قرار دارد کدام است؟

- (۱)  $\frac{2\pi}{7}(\sqrt{17} - 1)$  (۱)
- (۲)  $\frac{7\pi}{7}(\sqrt{17} - 1)$  (۲)
- (۳)  $\frac{17\pi}{7}(\sqrt{17} - 1)$  (۳)
- (۴)  $\frac{37\pi}{6}(\sqrt{17} - 1)$  (۴)

۵۶- اگر  $\sum x^2 + y^2 + z^2 = 2$  و  $F(x, y, z) = 2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$  مقدار  $A = \iint_{\sum} F \cdot n ds$  کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{2}\pi$  (۱)
- (۲)  $8\sqrt{2}\pi$  (۲)
- (۳)  $16\sqrt{2}\pi$  (۳)
- (۴)  $32\sqrt{2}\pi$  (۴)

۵۷- حاصل  $\int_C (x+y+z) ds$  که در آن  $C$  محل برخورد صفحه  $y=x$  و کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  در یک هشتم اول با جهت از نقطه  $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$  به  $(0, 0, 2)$  می‌باشد کدام است؟

- (۱)  $4 + 4\sqrt{2}$  (۱)
- (۲)  $4\sqrt{2}$  (۲)
- (۳)  $4 + 2\sqrt{2}$  (۳)
- (۴)  $2\sqrt{2} + 2$  (۴)

۵۸- مساحت قسمتی از رویه به معادله  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  وقتی که تصویر این قسمت از رویه بر صفحه  $xy$  ناحیه محدود به دایره  $x^2 + 4y^2 = 1$

باشد کدام است؟

(۲)  $(2 - \sqrt{3})\pi$

(۱)  $(\sqrt{3} - 1)\pi$

(۴)  $(2 + \sqrt{3})\pi$

(۳)  $(\sqrt{3} + 1)\pi$

۵۹- منحنی به معادله  $y = x^2 + 3$  مفروض است متحرکی از نقطه  $(0, 3)$  روی منحنی با سرعت ثابت ۲ متر در ثانیه حرکت می کند. شتاب متحرک

روی منحنی در نقطه  $x = 2$  کدام است؟

(۲)  $\frac{4}{17\sqrt{17}}$

(۱)  $\frac{8}{17\sqrt{17}}$

(۴)  $\frac{9}{17\sqrt{17}}$

(۳)  $\frac{1}{17\sqrt{17}}$

۶۰- صفحه  $P$  به معادله  $3x + y + z = 1$  و نقاط  $A(1, 0, 2)$  و  $B(2, 2, 4)$  مفروض اند. به ازای کدام نقطه  $M$  روی صفحه  $P$  مقدار  $|MA - MB|$

ماکسیمم است؟

(۲)  $M(-5, 8, 8)$

(۱)  $M(-5, 6, 10)$

(۴)  $M(5, -8, -6)$

(۳)  $M(5, -6, -8)$

۶۱- توابع  $f(x) = x^2$  و  $g(x) = x^2|x|$  را در بازه  $[-1, 1]$  در نظر بگیرید کدام گزینه غلط است؟

- (۱) رانسکین  $f$  و  $g$  در بازه  $[-1, 1]$  برابر است با  $\circ$   
 (۲)  $f$  و  $g$  روی بازه  $[-1, 1]$  وابسته خطی هستند.  
 (۳)  $f$  و  $g$  روی بازه  $[-1, 1]$  مستقل خطی هستند.  
 (۴) گزینه‌های ۱ و ۳ هر دو درست هستند.

۶۲- کدام گزینه جواب معادله دیفرانسیل  $(Lnx)^2 - Lnx^2 = x^2 y'' - 2xy' + 2y$  است؟

- (۱)  $y = C_1 + \frac{(Lnx)^2}{2} + \frac{1}{4} C_2$   
 (۲)  $y = C_1 + \frac{(Lnx)^2}{4} - C_2 x^2$   
 (۳)  $y = C_1 - \frac{(Lnx)^2}{4} + C_2 x^2$   
 (۴)  $y = C_1 x + C_2 x^2 + \frac{(Lnx)^2}{2} + \frac{Lnx}{2} + \frac{1}{4}$

۶۳- اگر سری  $y = \sum a_n x^n$  جواب معادله  $x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$  به روش فرینوس به ازای ریشه بزرگتر معادله شاخص باشد، رابطه بازگشتی بین ضرایب سری کدام است؟

- (۱)  $a_n = \frac{a_{n-2}}{1-n^2}$   
 (۲)  $a_n = \frac{a_{n-2}}{n^2-1}$   
 (۳)  $a_{n+2} = -\frac{a_n}{(n+2)(n+4)}$   
 (۴)  $a_{n+2} = \frac{a_n}{(n+2)(n+4)}$

۶۴- یک جواب معادله دیفرانسیل  $x^2 y'' - xy' + (1-x)y = 0$  به صورت سری توانی، کدام است؟

- (۱)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)!}$   
 (۲)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{((n+1)!)^2}$   
 (۳)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n!)^2}$   
 (۴)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$

۶۵- معادله  $\frac{dx}{dt} = 2x - x^2 - h$  با شرایط اولیه  $x(0) = x_0$  را در نظر بگیرید که در آن  $h$  یک ثابت مثبت است، کدام گزاره درست است؟

- (۱) هرگاه  $h > 1$ ، صرفنظر از مقدار  $x_0$ ،  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$   
 (۲) هرگاه  $0 < h \leq 1$ ،  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$  به مقدار اولیه  $x_0$  بستگی دارد.  
 (۳) به ازای هر  $h > 0$  و هر  $x_0$ ،  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$   
 (۴) هرگاه  $0 < h \leq 1$ ،  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$  به مقدار اولیه  $x_0$  بستگی دارد و همچنین هرگاه  $h > 1$  صرفنظر از مقدار  $x_0$ ،  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$  است.

۶۶- جواب خصوصی معادله دیفرانسیل  $y'' + y = \tan x$  با شرایط اولیه  $y(0) = 1$  و  $y'(0) = 2$  کدام است؟

- (۱)  $y(x) = \cos x + 2 \sin x + \cos x \ln \frac{\cos x}{1 + \sin x}$   
 (۲)  $y(x) = \cos x + 2 \sin x - \cos x \ln \frac{\cos x}{1 - \sin x}$   
 (۳)  $y(x) = \cos x + 2 \sin x - \sin x \ln \frac{\cos x}{1 - \sin x}$   
 (۴)  $y(x) = \cos x + 2 \sin x + \sin x \ln \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

۶۷- یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل  $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + 4y = \cos(\ln x) + x \sin(\ln x)$  کدام است؟

- (۱)  $y_p = \frac{1}{13} [2 \cos(\ln x) - 2 \sin(\ln x)] + \frac{1}{4} x \sin(\ln x)$   
 (۲)  $y_p = \frac{1}{8} [2 \cos(\ln x) - 2 \sin(\ln x)] + \frac{1}{4} e^x \cos(\ln x)$   
 (۳)  $y_p = \frac{1}{13} [\cos(\ln x) - 2 \sin(\ln x)] - \frac{1}{4} e^x \sin(\ln x)$   
 (۴)  $y_p = \frac{1}{8} [2 \sin(\ln x) + 2 \cos(\ln x)] + \frac{1}{4} \cos(\ln x)$



فصل اول: مبانی و مفاهیم پایه

۱-۱- تعاریف و مفاهیم پایه

۱-۲- روش‌های تحقیق

۱-۳- سنجش و اندازه‌گیری

۱-۴- مدل‌سازی و شبیه‌سازی

۱-۵- روش‌های عددی

۱-۶- روش‌های تحلیلی

۱-۷- روش‌های آماری

۱-۸- روش‌های بهینه‌سازی

۱-۹- روش‌های محاسباتی

۱-۱۰- روش‌های گرافیکی

۱-۱۱- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۱۲- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۱۳- روش‌های مدل‌سازی

۱-۱۴- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۱۵- روش‌های محاسباتی

۱-۱۶- روش‌های گرافیکی

۱-۱۷- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۱۸- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۱۹- روش‌های مدل‌سازی

۱-۲۰- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۲۱- روش‌های محاسباتی

۱-۲۲- روش‌های گرافیکی

۱-۲۳- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۲۴- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۲۵- روش‌های مدل‌سازی

۱-۲۶- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۲۷- روش‌های محاسباتی

۱-۲۸- روش‌های گرافیکی

۱-۲۹- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۳۰- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۳۱- روش‌های مدل‌سازی

۱-۳۲- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۳۳- روش‌های محاسباتی

۱-۳۴- روش‌های گرافیکی

۱-۳۵- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۳۶- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۳۷- روش‌های مدل‌سازی

۱-۳۸- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۳۹- روش‌های محاسباتی

۱-۴۰- روش‌های گرافیکی

۱-۴۱- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۴۲- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۴۳- روش‌های مدل‌سازی

۱-۴۴- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۴۵- روش‌های محاسباتی

۱-۴۶- روش‌های گرافیکی

۱-۴۷- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۴۸- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۴۹- روش‌های مدل‌سازی

۱-۵۰- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۵۱- روش‌های محاسباتی

۱-۵۲- روش‌های گرافیکی

۱-۵۳- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۵۴- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۵۵- روش‌های مدل‌سازی

۱-۵۶- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۵۷- روش‌های محاسباتی

۱-۵۸- روش‌های گرافیکی

۱-۵۹- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۶۰- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۶۱- روش‌های مدل‌سازی

۱-۶۲- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۶۳- روش‌های محاسباتی

۱-۶۴- روش‌های گرافیکی

۱-۶۵- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۶۶- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۶۷- روش‌های مدل‌سازی

۱-۶۸- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۶۹- روش‌های محاسباتی

۱-۷۰- روش‌های گرافیکی

۱-۷۱- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۷۲- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۷۳- روش‌های مدل‌سازی

۱-۷۴- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۷۵- روش‌های محاسباتی

۱-۷۶- روش‌های گرافیکی

۱-۷۷- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۷۸- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۷۹- روش‌های مدل‌سازی

۱-۸۰- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۸۱- روش‌های محاسباتی

۱-۸۲- روش‌های گرافیکی

۱-۸۳- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۸۴- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۸۵- روش‌های مدل‌سازی

۱-۸۶- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۸۷- روش‌های محاسباتی

۱-۸۸- روش‌های گرافیکی

۱-۸۹- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۹۰- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۹۱- روش‌های مدل‌سازی

۱-۹۲- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۹۳- روش‌های محاسباتی

۱-۹۴- روش‌های گرافیکی

۱-۹۵- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۹۶- روش‌های آزمایشگاهی

۱-۹۷- روش‌های مدل‌سازی

۱-۹۸- روش‌های شبیه‌سازی

۱-۹۹- روش‌های محاسباتی

۲-۰۰- روش‌های گرافیکی

۶۸- فرض کنید  $y_1$  و  $y_2$  جواب‌های مستقل خطی معادله دیفرانسیل  $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$  در بازه  $\alpha < x < \beta$  باشد به طوری که  $p$  و  $q$  در این

بازه پیوسته باشند کدام گزاره لزوماً درست نیست؟

(۱)  $y_1$  و  $y_2$  ریشه مشترک دارند. (۲)  $y_1$  و  $y_2$  نقطه عطف مشترک ندارند.

(۳)  $y_1$  و  $y_2$  نقطه  $max$  یا  $min$  مشترک ندارند. (۴) بین هر دو ریشه متوالی  $y_1$ ، دقیقاً یک ریشه از  $y_2$  قرار دارد.

۶۹- اگر  $y_1 = \sin^2 x$  یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل  $y'' + (\cos x)y' - 1(\cos^2 x)y = 0$  باشد،  $(0 < x < \frac{\pi}{2})$  جواب عمومی آن کدام است؟

(۱)  $y = c_1 \sin^2 x + \frac{c_2}{\cos x}$  (۲)  $y = c_1 \sin^2 x + \frac{c_2}{\sin x}$

(۳)  $y = c_1 \sin^2 x + \frac{c_2}{\cos^2 x}$  (۴)  $y = c_1 \sin^2 x + \frac{c_2}{\sin^2 x}$

۷۰- جواب عمومی دستگاه معادلات دیفرانسیل  $\begin{cases} tdx = (t - 2x)dt \\ tdy = (tx + ty + 2x - t)dt \end{cases}$  کدام است؟

(۱)  $\begin{cases} x = \frac{1}{t} + c_1 t^{-2} \\ y = c_2 e^t - c_1 t^{-2} - \frac{1}{t} \end{cases}$  (۲)  $\begin{cases} x = \frac{1}{t} + c_1 t^2 \\ y = c_2 e^{-t} + c_1 t^{-1} + \frac{1}{t} \end{cases}$

(۳)  $\begin{cases} x = \frac{1}{t} + c_1 t^2 \\ y = e^{-t} + c_1 t^{-2} - t \end{cases}$  (۴)  $\begin{cases} x = t + \frac{c_1}{t} \\ y = c_2 e^{-t} - c_1 t^{-2} - \frac{1}{t} \end{cases}$

۷۱- دستگاه معادلات خطی با شرط اولیه  $\begin{cases} X' = AX \\ X(0) = X_0 \end{cases}$  را در نظر بگیرید که در آن  $A$  یک ماتریس حقیقی  $2 \times 2$  است. هرگاه  $X(t)$  جواب این دستگاه باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر  $Det A > 0$  و  $Tr A \geq 0$  آن‌گاه  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|X(t)\| = \infty$  (۲)  $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = 0$  اگر و تنها اگر  $Det A > 0$  و  $tr A < 0$

(۳) اگر  $Tr A < 0$  آن‌گاه  $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = 0$  (۴) اگر  $Det A \geq 0$  و  $Tr A > 0$  آن‌گاه  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|X(t)\| = \infty$

۷۲- جواب معادله دیفرانسیل  $y'' + k^2 x^2 y = 0$  با شرایط  $y(0) = y'(0) = 1$  کدام است؟

(۱)  $y = 1 + x - \frac{k^2}{12} x^3 - \frac{k^2}{20} x^5 + \dots$  (۲)  $y = x - \frac{k^2}{12} x^3 - \frac{k^2}{20} x^5 + \dots$

(۳)  $y = 1 + x + \frac{k^2}{12} x^3 - \frac{k^2}{20} x^5 + \dots$  (۴)  $y = 1 + x - \frac{k^2}{12} x^3 + \frac{k^2}{20} x^5 + \dots$

۷۳- کدام گزاره در مورد معادله  $x^2 y'' + 3(\sin x)y' - 2y = 0$  درست است؟

(۱)  $x = 0$  یک نقطه منفرد منظم است، اما تنها یک جواب به صورت سری فرینوس دارد.

(۲)  $x = 0$  یک نقطه منفرد نامنظم است.

(۳)  $x = 0$  یک نقطه منفرد منظم است و معادله فوق دارای دو جواب مستقل خطی به صورت  $y_1 = x^{-1-\sqrt{r}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  و

$y_2 = x^{1+\sqrt{r}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  است.

(۴)  $x = 0$  یک نقطه منفرد منظم معادله فوق است و دارای جواب‌های مستقل خطی به صورت  $y_1 = x^{-1+\sqrt{r}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  و

$y_2 = x^{-1-\sqrt{r}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  است.

۷۴- با فرض  $y' = p$  یک جواب معادله دیفرانسیل  $y = 2px + f(xp^2)$  مقدار ثابت است) کدام است؟

$y = 2c'\sqrt{x} + f(c'^2)$  (۲)

$y = c'x^2 + f(c'^2)$  (۱)

$y = c'x^{-\frac{1}{2}} + f(c'^2)$  (۴)

$y = c'x^{\frac{1}{2}} + 2f(c')$  (۳)

۷۵- جواب معادله دیفرانسیل  $xdy - ydx = (4x^2 + y^2)dy$  کدام است؟

$\frac{1}{2} \text{Arc tg } \frac{y}{2x} = y + h$  (۲)

$\frac{1}{2} \text{Arc tg } \frac{x}{2y} = y + h$  (۱)

$\frac{1}{2} \text{Arc tg } \frac{2y}{x} = y + h$  (۴)

$\frac{1}{2} \text{Arc tg } \frac{x}{y} = y + h$  (۳)

۷۶- جواب معادله دیفرانسیل  $xy' - y = y^2$  برای  $y(1) = 1$  کدام است؟

$y = \frac{1}{x^2} + 1$  (۲)

$y = \frac{1}{x^2}$  (۱)

$y = \frac{2}{x^2} - 1$  (۴)

$y = \frac{-2}{x^2} + 1$  (۳)

۷۷- به ازای چه مقدار  $m$  معادله دیفرانسیل  $(x^2 - y^2)dx + mxydy = 0$  کامل است؟

+۲ (۲)

+۳ (۱)

-۳ (۴)

-۲ (۳)

۷۸- مسیرهای قائم دسته منحنی‌های  $\sin hy = c_1 x$  (پارامتر) کدام است؟

$\ln(\cos hy) - x^2 = c$  (۲)

$\ln(\sin hy) - x^2 = c$  (۱)

$2\ln(\sin hy) + x^2 = c$  (۴)

$2\ln(\cos hy) + x^2 = c$  (۳)

۷۹- تبدیل لاپلاس  $\int_t^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx$  کدام است؟

$\frac{1}{s} \ln(s-1)$  (۲)

$\frac{1}{s} \ln(1 - \frac{1}{s})$  (۱)

$\frac{1}{s} \ln(s+1)$  (۴)

$\frac{1}{s} \ln(1 + \frac{1}{s})$  (۳)

۸۰- جواب عکس تبدیل لاپلاس  $L^{-1}[\frac{e^{-2p}}{p^2 - p - 2}]$  کدام تابع است؟

$y = f(x) = \begin{cases} e^{2(x-2)} + e^{x-2} & x > 2 \\ 0 & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$  (۲)

$y = f(x) = \begin{cases} -e^{-2(x-2)} + e^{-(x-2)} & x > 2 \\ 0 & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$  (۱)

$y = f(x) = \begin{cases} -e^{-2(x+2)} + e^{-(x+2)} & x > 2 \\ 0 & 0 < x \leq 2 \end{cases}$  (۴)

$y = f(x) = \begin{cases} e^{-2(x-2)} + e^{x-2} & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & x > 2 \end{cases}$  (۳)

۸۱- فرض کنید  $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < c \\ 0 & 1 \leq t < 2c \end{cases}$  و  $f(t+2c) = f(t)$ ، تبدیل لاپلاس  $f(t)$  کدام است؟

$\frac{1}{s(1+e^{-2sc})}$  (۴)

$\frac{1}{s(1+e^{-sc})}$  (۳)

$\frac{1-e^{-sc}}{s(1+e^{-sc})}$  (۲)

$\frac{1-e^{-sc}}{s(1+e^{-2sc})}$  (۱)

۸۲- با فرض معادلات  $\int_0^t z dt = -2u(t)$  و  $y' + 2y + 6 = 0$  و  $y' + z' + z = 0$ ،  $y(0) = -5$  و  $z(0) = 6$  تبدیل لاپلاس  $y$  کدام است؟  $u(t)$  تابع پله‌ای واحد است.

$$\frac{4+6s}{s^2+3s-4} \quad (2)$$

$$\frac{-5s^2-7s-8}{s^2+3s^2-4s} \quad (4)$$

(۱) تبدیل لاپلاس  $z$ 

$$\frac{s^2-3s-8}{s^2+3s^2-4s} \quad (3)$$

۸۳- به ازای چه مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$ ،  $f(x, y) = x^\alpha y^\beta$  عامل انتگرال ساز معادله دیفرانسیل  $dy + x(x^2y - 1)dx = 0$  است؟

$$\alpha = -2, \beta = -1 \quad (2)$$

$$\alpha = -2, \beta = 1 \quad (1)$$

$$\alpha = 2, \beta = 1 \quad (4)$$

$$\alpha = 2, \beta = -1 \quad (3)$$

۸۴- معادله دیفرانسیل  $y' = x^{\frac{1}{x}}$  با شرط اولیه  $y(0) = 0$  در کدام گزینه صدق می‌کند؟

(۱) به ازای هر  $a > 0$  در بازه  $[0, a]$  دارای جواب یکتا است.(۲) به ازای هر  $a > 0$  در بازه  $[0, a]$  دارای تعداد نامتناهی جواب است.

(۳) دارای جواب نیست.

(۴) به ازای هر  $a > 0$  دارای تعداد متناهی جواب است.

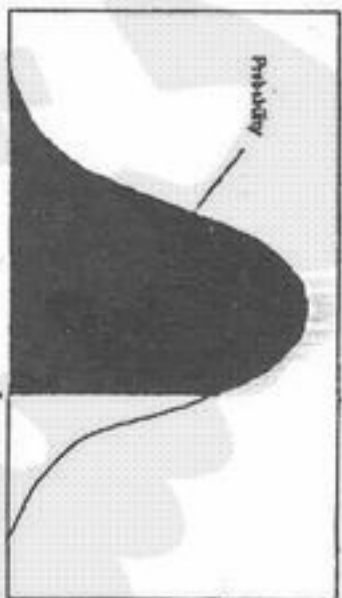
۸۵- در صورتی که  $y_1 = x^2 - 2$  یک جواب معادله  $(2x - 3x^2)y'' + 4y' + 6xy = 0$  باشد جوابی از معادله که از نقاط  $(1, 2)$  و  $(-1, 0)$  می‌گذرد کدام است؟

$$y = 2 - x^2 + \frac{1}{x^2} \quad (2)$$

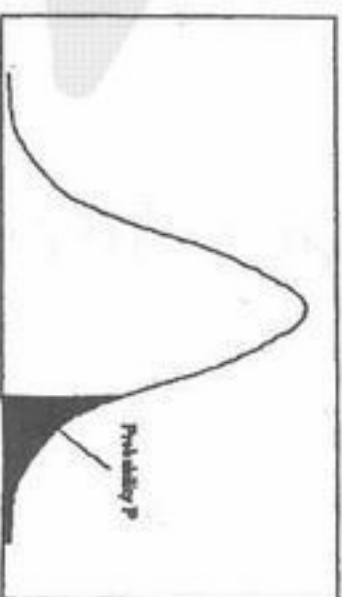
$$y = 2 - x^2 + x \quad (1)$$

$$y = 2 - x^2 + x^2 \quad (4)$$

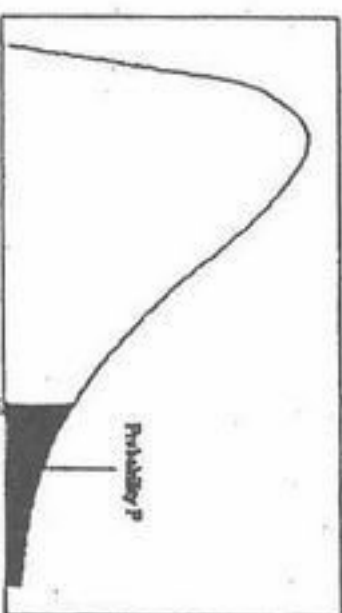
$$y = 2 - x^2 + \frac{1}{x} \quad (3)$$



سطح زیر منحنی نرمال استاندارد



مقادیر بحرانی توزیع t



مقادیر بحرانی توزیع مربع کای

z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756

df	.995	.990	.975	.950	.900	.800	.700	.600	.500	.400	.300	.200	.100	.050	.025	.010	.005
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	0.0099	0.0199	0.0399	0.0799	0.1599	0.2399	0.3199	0.3999	0.4799	0.5599	0.6399	0.7199	0.7999
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	0.1548	0.2071	0.2594	0.3117	0.3640	0.4163	0.4686	0.5209	0.5732	0.6255	0.6778	0.7301	0.7824
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	0.4878	0.6238	0.7598	0.8958	1.0318	1.1678	1.3038	1.4398	1.5758	1.7118	1.8478	1.9838	2.1198
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	0.9370	1.1633	1.3896	1.6159	1.8422	2.0685	2.2948	2.5211	2.7474	2.9737	3.1999	3.4262	3.6525
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	1.5596	1.9738	2.3880	2.7922	3.1964	3.6006	4.0048	4.4090	4.8132	5.2174	5.6216	6.0258	6.4300
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	2.0333	2.4313	2.8293	3.2273	3.6253	4.0233	4.4213	4.8193	5.2173	5.6153	6.0133	6.4113	6.8093
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	2.6453	3.1233	3.6013	4.0793	4.5573	5.0353	5.5133	5.9913	6.4693	6.9473	7.4253	7.9033	8.3813
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	3.2855	3.8384	4.3913	4.9442	5.4971	6.0500	6.6029	7.1558	7.7087	8.2616	8.8145	9.3674	9.9203
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	3.9499	4.5747	5.1995	5.8243	6.4491	7.0739	7.6987	8.3235	8.9483	9.5731	10.1979	10.8227	11.4475
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	4.6337	5.3271	6.0205	6.7139	7.4073	8.1007	8.7941	9.4875	10.1809	10.8743	11.5677	12.2611	12.9545
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	5.3282	6.0816	6.8350	7.5884	8.3418	9.0952	9.8486	10.6020	11.3554	12.1088	12.8622	13.6156	14.3690
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	6.0393	6.8526	7.6659	8.4792	9.2925	10.1058	10.9191	11.7324	12.5457	13.3590	14.1723	14.9856	15.7989
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	6.7500	7.6082	8.4664	9.3246	10.1828	11.0410	11.8992	12.7574	13.6156	14.4738	15.3320	16.1902	17.0484
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	7.5029	8.4352	9.3675	10.2998	11.2321	12.1644	13.0967	14.0290	14.9613	15.8936	16.8259	17.7582	18.6905
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	8.2507	9.2405	10.2303	11.2201	12.2099	13.1997	14.1895	15.1793	16.1691	17.1589	18.1487	19.1385	20.1283
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	8.9955	10.0294	11.0633	12.0972	13.1311	14.1650	15.1989	16.2328	17.2667	18.3006	19.3345	20.3684	21.4023
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	9.7196	10.7675	11.8154	12.8633	13.9112	14.9591	16.0070	17.0549	18.1028	19.1507	20.1986	21.2465	22.2944
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	10.5401	11.6898	12.8395	13.9892	15.1389	16.2886	17.4383	18.5880	19.7377	20.8874	22.0371	23.1868	24.3365
19	6.843	7.6327	8.9065	10.1117	11.3014	12.4911	13.6808	14.8705	16.0602	17.2499	18.4396	19.6293	20.8190	22.0087	23.1984	24.3881	25.5778
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	12.1207	13.3104	14.5001	15.6898	16.8795	18.0692	19.2589	20.4486	21.6383	22.8280	24.0177	25.2074	26.3971
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	12.8104	14.0001	15.1908	16.3805	17.5702	18.7599	19.9496	21.1393	22.3290	23.5187	24.7084	25.8981	27.0878
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	13.6207	14.8104	16.0001	17.1908	18.3805	19.5702	20.7599	21.9496	23.1393	24.3290	25.5187	26.7084	27.8981
23	9.260	10.195	11.688	13.090	14.3104	15.5001	16.6908	17.8805	19.0702	20.2599	21.4496	22.6393	23.8290	25.0187	26.2084	27.3981	28.5878
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.0104	16.2001	17.3908	18.5805	19.7702	20.9599	22.1496	23.3393	24.5290	25.7187	26.9084	28.0981	29.2878
25	10.52	11.523	13.119	14.611	15.7207	16.9104	18.1001	19.2908	20.4805	21.6702	22.8599	24.0496	25.2393	26.4290	27.6187	28.8084	29.9981
26	11.16	12.198	13.843	15.379	16.4304	17.6201	18.8108	19.9905	21.1802	22.3709	23.5606	24.7503	25.9400	27.1297	28.3194	29.5091	30.6988
27	11.80	12.878	14.507	16.151	17.1404	18.3301	19.5208	20.7105	21.9002	23.0909	24.2806	25.4703	26.6600	27.8497	29.0394	30.2291	31.4188
28	12.46	13.564	15.303	16.927	17.8504	19.0401	20.2308	21.4205	22.6102	23.8009	25.0006	26.1903	27.3800	28.5697	29.7594	30.9491	32.1385
29	13.12	14.256	16.047	17.708	18.5604	19.7501	20.9408	22.1305	23.3202	24.5109	25.7006	26.8903	28.0800	29.2697	30.4594	31.6491	32.8388
30	13.78	14.953	16.790	18.492	19.2704	20.4601	21.6508	22.8405	24.0302	25.2209	26.4106	27					

۸۶- دو نفر A و B به ترتیب سکه سالمی را پرتاب می کنند. اولین فردی که شیر بیاورد برنده خواهد بود. احتمال برنده شدن A و B به ترتیب عبارت

است از

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \text{ و } \frac{3}{4} \quad (۲) \\ & \frac{1}{4} \text{ و } \frac{2}{4} \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \text{ و } \frac{1}{3} \quad (۱) \\ & \frac{1}{3} \text{ و } \frac{2}{3} \quad (۳) \end{aligned}$$

۸۷- یک سکه سالم آنقدر پرتاب می شود تا هر دو روی سکه (شیر و خط) حداقل ۲ بار مشاهده شود. اگر X نمایانگر تعداد پرتاب های لازم باشد، تابع

احتمال X کدام است؟

$$f(x) = \frac{x-1}{2^x} \quad x = 4, 5, \dots \quad (۲)$$

$$f(x) = \frac{x}{2^x} \quad x = 4, 5, \dots \quad (۱)$$

$$f(x) = \frac{x-1}{2^{x-1}} \quad x = 4, 5, \dots \quad (۴)$$

$$f(x) = \frac{x}{2^{x-1}} \quad x = 4, 5, \dots \quad (۳)$$

۸۸- متغیر تصادفی X گسسته با مقادیر ممکن ۱، ۲، ۳، ... و تابع احتمال  $P[X = k]$  که نسبت به k غیر صعودی است. مقدار احتمال  $P[X = k]$  کدام است؟

$$\frac{2EX}{k^2} \text{ کوچکتر از} \quad (۲)$$

$$\frac{EX}{k} \text{ کوچکتر از} \quad (۱)$$

$$\frac{2EX}{k^2} \text{ برابر} \quad (۴)$$

$$\frac{EX}{k} \text{ برابر} \quad (۳)$$

$$P(X=x) = \begin{cases} \binom{10}{x} \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{10-x} & x = 0, 1, 2, \dots, 10 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

۸۹- اگر متغیر تصادفی گسسته X از توزیع دو جمله ای پیروی کند یعنی

آنگاه  $Cov\left(\frac{X}{10}, \frac{10-X}{10}\right)$  برابر است با:

$$-\frac{1}{45} \quad (۲)$$

$$-\frac{2}{9} \quad (۱)$$

$$1 \quad (۴)$$

$$-1 \quad (۳)$$

۹۰- از جدول اعداد تصادفی، ۱۰۰ عدد دو رقمی را انتخاب می کنیم. احتمال تقریبی اینکه لااقل یکی از آنها ۴۵ باشد چقدر است؟

$$e^{-1} \quad (۲)$$

$$e^{-1} \quad (۱)$$

$$1 - e^{-1} \quad (۴)$$

$$1 - e^{-\frac{1}{2}} \quad (۳)$$

۹۱- متغیر تصادفی X در بازه  $(1, +\infty)$  دارای تابع چگالی  $f(x) = (1+\theta)x^{-\theta-2}$ ،  $(\theta > 0)$  است. نمونه تصادفی  $X_1, X_2, \dots, X_n$  از این توزیع

بدست آمده است. برآورد گشتاوری  $\theta$  برابر است با:

$$\frac{1}{\bar{X}+1} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{\bar{X}-1} \quad (۱)$$

$$\frac{1+\bar{X}}{\bar{X}} \quad (۴)$$

$$\frac{\bar{X}-1}{\bar{X}} \quad (۳)$$

۹۲- عدد X را از بین اعداد  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  به تصادف انتخاب می کنیم. سپس عددی را به تصادف از زیر مجموعه  $\{1, 2, \dots, X\}$  اختیار می کنیم،

عدد دوم را Y می نامیم، EY برابر است با:

$$2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$3 \quad (۴)$$

$$2/5 \quad (۳)$$

۹۳- اگر  $X$  یک متغیر تصادفی با تابع احتمال  $P(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$   $k = 0, 1, 2, \dots$  باشد، آنگاه مقدار  $E\left(\frac{X!}{(X-k)!}\right)$  برابر است با

- (۱)  $\lambda^k$   
 (۲)  $\lambda^{k+1}$   
 (۳)  $\lambda^k + \lambda$   
 (۴)  $\lambda^{k+1} + \lambda$

۹۴- یک عدد تصادفی از بازه  $(0, 1)$  انتخاب شده است. در بسط اعشاری این عدد بطور متوسط چند رقم قبل از دهمین ۳ وجود دارد؟

- (۱) ۹۸  
 (۲) ۹۹  
 (۳) ۱۰۰  
 (۴) ۱۰۱

۹۵- تعداد مکالمات تلفنی انجام شده از طریق یک مرکز، از توزیع پواسون با  $\lambda = 20$  مکالمه در ساعت پیروی می کند. احتمال تقریبی اینکه مدت زمان انجام ۴۰۰ مکالمه حداقل ۲۱ ساعت باشد برابر است با:

- (۱) ۰/۱۵۸۷  
 (۲) ۰/۱۶۵۲  
 (۳) ۰/۱۸۳۲  
 (۴) ۰/۲۵۱۲

۹۶- اگر  $X$  یک متغیر تصادفی پواسون با پارامتر  $\lambda$  باشد و  $P[X=2] = 2P[X=0]$  آنگاه  $P[X^2 + X - 2 > 0]$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
 (۲)  $1 - e^{-2}$   
 (۳)  $1 - 2e^{-2}$   
 (۴)  $2e^{-2}$

۹۷- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو عدد باشند که به ترتیب و مستقل از هم از مجموعه اعداد  $\{1, 2, \dots, N\}$  انتخاب شده اند. احتمال اینکه  $X > Y$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
 (۲)  $\frac{N-1}{2N^2}$   
 (۳)  $\frac{N-1}{2N}$   
 (۴)  $\frac{N^2-1}{2N^2}$

۹۸- اگر متغیر تصادفی پیوسته  $X$  دارای تابع چگالی  $f(x) = \frac{1}{4}e^{-|x|}$ ،  $x \in R$  باشد آنگاه واریانس  $X$  برابر است با:

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

۹۹- فرض کنید دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  مستقل و هم توزیع بوده از تابع توزیع احتمال زیر پیروی می کنند،

$$P(T=t) = \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3}\right)^t \quad t = 1, 2, 3, \dots$$

$P(X+Y=10)$  برابر است با:

- (۱)  $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$   
 (۲)  $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^9$   
 (۳)  $\left(\frac{2}{3}\right)^9$   
 (۴)  $\left(\frac{2}{3}\right)^8$

۱۰۰- اگر  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی مستقل به صورت  $Y \sim B(m, p)$  و  $X \sim B(n, p)$

باشند آنگاه  $X|X+Y=k$  دارای توزیع زیر است:

- (۱) دو جمله‌ای با پارامترهای  $k$  و  $p$   
 (۲) فوق هندسی با پارامترهای  $k$  و  $m+n$   
 (۳) فوق هندسی با پارامترهای  $k$  و  $n+m$   
 (۴) فوق هندسی با پارامترهای  $k$  و  $n$

۱۰۱- اگر  $X$  یک عدد تصادفی از بازه  $[0, 1]$  باشد و  $Y = [nX]$ ،  $n \geq 1$ ، آنگاه  $P[X=k]$ ،  $k = 0, 1, \dots, n$ ، برابر است با:

- (۱)  $P[Y=k] = \begin{cases} \frac{1}{n}, & k = 0, 1, 2, \dots, n-1 \\ 0, & k = n \end{cases}$   
 (۲)  $P[Y=k] = \frac{1}{n}$ ،  $k = 1, 2, \dots, n$   
 (۳)  $P[Y=k] = \frac{1}{n}$ ،  $k = 0, 1, 2, \dots, n$   
 (۴)  $P[Y=k] = \begin{cases} \frac{1}{n+1}, & k = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0, & \text{سایر نقاط} \end{cases}$

۱۰۲- از سه جعبه  $A$  با ۳ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و  $B$  با ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و  $C$  با ۵ مهره سفید و یک مهره سیاه یک جعبه به تصادف

انتخاب کرده و ۲ مهره از آن خارج می‌کنیم. اگر هر دو سفید باشند احتمال آنکه جعبه  $A$  انتخاب شده باشد برابر است با:

- (۱)  $\frac{2}{20}$   
 (۲)  $\frac{2}{19}$   
 (۳)  $\frac{3}{19}$   
 (۴)  $\frac{3}{20}$

۱۰۳- تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  به صورت زیر است.

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1, |y| < x \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

مقدار  $P(Y > -\frac{1}{4})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{8}$   
 (۲)  $\frac{5}{8}$   
 (۳)  $\frac{2}{4}$   
 (۴)  $\frac{7}{8}$

۱۰۴- اگر متغیر تصادفی گسسته  $X$  از تابع توزیع احتمال  $P(X=x) = \frac{1}{2^x}$ ،  $x = 1, 2, 3, \dots$  پیروی کند آنگاه  $P(|X-2| > 2)$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{1}{16}$   
 (۲)  $\frac{1}{3}$   
 (۳)  $\frac{1}{2}$   
 (۴)  $\frac{15}{16}$

۱۰۵- اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی  $f(x, \theta) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)} & x > \theta \\ 0 & \text{سایر موارد} \end{cases}$  باشد، آنگاه برآوردگر درست‌نمایی

ماکسیمم  $\theta$  برابر است با:

- (۱)  $\hat{\theta} = \frac{X_{(1)} + X_{(n)}}{2}$   
 (۲)  $\hat{\theta} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$   
 (۳)  $\hat{\theta} = X_{(n)} = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$   
 (۴)  $\hat{\theta} = X_{(1)} = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$



۱۰۶- فرض کنید  $X_1, \dots, X_5$  یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی بامیانگین  $\frac{1}{\theta}$  باشد به ازای چه مقداری از  $k$  بازه  $(0, \frac{k}{X})$  یک بازه اطمینان ۹۵ درصد برای  $\theta$  است؟

۱/۹۶۷۵ (۴)

۱/۸۳۰۷ (۳)

۱/۶۹۱۵ (۲)

۱/۵۵۰۷ (۱)

۱۰۷- متغیر تصادفی دو بعدی  $(X, Y)$  دارای توزیع یکنواخت در ربع دایره  $x^2 + y^2 = 1$  است  $f_{X|Y}(x|y)$  کدام است؟

$$\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}, \quad -1 < y < 1 \quad (۲)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad -1 < x < 1 \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\pi\sqrt{1-y^2}}, \quad -1 < y < 1 \quad (۴)$$

$$\frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, \quad -1 < x < 1 \quad (۳)$$

۱۰۸- سکه‌ای را که احتمال آمدن شیر با آن  $\theta$  است ۵ بار پرتاب می‌کنیم و فرض  $\theta = \frac{1}{4}$  را  $H_0$  را فقط و فقط در صورتی رد می‌کنیم که  $X \leq 1$  یا  $X \geq 4$ . احتمال خطای نوع اول کدام است؟

۰/۱۰۰ (۲)

۰/۰۵۰ (۱)

۰/۹۷۵ (۴)

۰/۳۷۵ (۳)

۱۰۹- متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع چگالی زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{4}{9}x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & x \geq 2 \end{cases}$$

میانه توزیع  $X$  کدام است؟

$$\sqrt{\frac{9}{4}} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

۱۱۰- دو نقطه  $X$  و  $Y$  را به تصادف و مستقل از هم از بازه  $(0, 1)$  انتخاب می‌کنیم.  $P[Y \leq X, X^2 + Y^2 > 1]$  برابر است با:

$$\frac{4-\pi}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{2-\pi}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{\pi}{8} \quad (۳)$$