

113

A

نام

نام خانوادگی

محل امضاء

صبح چهارشنبه
۸۹/۱۱/۲۷



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۳۹۰

مجموعه آمار - کد ۱۲۰۷

مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۶۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	علوم اقتصادی و اجتماعی	۲۰	۳۱	۵۰
۳	آمار کاربردی (روش های آماری - رگرسیون - نمونه گیری)	۴۵	۵۱	۹۵
۴	آمار نظری (احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ و ۲)	۴۵	۹۶	۱۴۰
۵	ریاضی (ریاضی عمومی - آنالیز ریاضی ۱)	۲۰	۱۴۱	۱۶۰

بهمن ماه سال ۱۳۸۹

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

PART A: Vocabulary

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- Those who fail to ----- with the law will be fined.
1) resolve 2) comply 3) trigger 4) obstruct
- 2- A contract can be ----- by agreement of the parties involved.
1) declined 2) collapsed 3) disembarked 4) terminated
- 3- Over a period of years, the ----- of the drug in the body will damage the nervous system.
1) allocation 2) compensation 3) accumulation 4) subordination
- 4- Firefighters needed modern breathing ----- to enter the burning house.
1) survival 2) criterion 3) apparatus 4) infrastructure
- 5- Adults, by ----- of their greater experience, are able to reason about more things than adolescents can.
1) virtue 2) vision 3) sphere 4) analogy
- 6- The tourist industry requires that the country's cultural ----- be made more accessible.
1) mode 2) asset 3) flaw 4) integrity
- 7- This car design makes the ----- use of the available space and so is better than the previous one.
1) optimal 2) neutral 3) emergent 4) contemporary
- 8- They made a very ----- decision, i.e. there was no common agreement on it, so they have since regretted it.
1) diverse 2) eventual 3) successive 4) controversial
- 9- The evidence is detailed enough to ----- the author's conclusion.
1) sustain 2) incline 3) comprise 4) intensify
- 10- The audience listened as the scientist ----- on her new theory.
1) conceived 2) expounded 3) committed 4) accompanied

PART B: Grammar

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

Supercomputers are the largest, fastest, and most powerful computers. There are only a few hundred of them in the world. They consist of several processors, (11) ----- can work on a different part of a task (12) ----- same time and at the rate of millions of instructions (13) -- ----- second. They are used for extremely complicated calculations. Weather forecasting, where a mass of data has (14) ----- quickly, is a good example of where a supercomputer can be helpful. Data on temperature, pressure, wind speed and direction, rainfall, and cloud cover is collected from (15) ----- sites, and the computer sorts it, compares it with data in its memory, and makes predictions.

- | | | | |
|--------------------------|---------------|------------------------|--------------------|
| 11- 1) that each | 2) which each | 3) each of which | 4) each of those |
| 12- 1) at | 2) for | 3) at the | 4) for the |
| 13- 1) in | 2) per | 3) at | 4) via |
| 14- 1) to process | 2) processed | 3) being processed | 4) to be processed |
| 15- 1) a large number of | | 2) great number | |
| 3) large number | | 4) the large number of | |

PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

PASSAGE 1:

In this article, we consider the problem of constructing confidence intervals for a population median when the underlying population is discrete. We describe seven methods of assigning confidence levels to order statistic based confidence intervals all of which are easy to implement. A simulation study shows that with discrete populations, it is possible to obtain consistently more accurate confidence levels and shorter intervals compared to the ones reported by the classical method which is implemented in commercial software. More precisely, the best results are obtained by inverting a two-tailed sign test that properly takes into account tied observations. Some real data examples illustrate the use of these confidence intervals.

- 16- Confidence intervals are constructed for -----.
- | | | | |
|-----------|---------|-------------|----------------|
| 1) median | 2) mean | 3) variance | 4) correlation |
|-----------|---------|-------------|----------------|
- 17- The related distribution is -----.
- | | | | |
|---------------|----------|-------------|------------|
| 1) continuous | 2) mixed | 3) discrete | 4) unknown |
|---------------|----------|-------------|------------|
- 18- What shows more accuracy?
- | | | | |
|----------|--------------|---------------|----------|
| 1) proof | 2) Intuition | 3) Simulation | 4) Guess |
|----------|--------------|---------------|----------|
- 19- The best results are obtained by -----.
- | | | | |
|-----------|--------------|----------------|--------------------|
| 1) T test | 2) sign test | 3) normal test | 4) chi-square test |
|-----------|--------------|----------------|--------------------|
- 20- Tied observations are -----.
- | | | | |
|----------|-------------|------------|---------------|
| 1) equal | 2) distinct | 3) complex | 4) continuous |
|----------|-------------|------------|---------------|

PASSAGE 2:

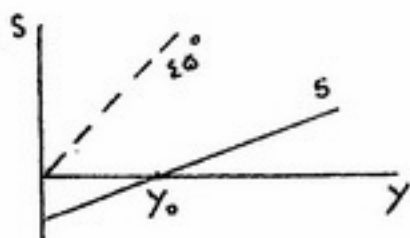
It is common practice to treat coverage probability as the only requirement for interval estimation. This allows the use of one-sided confidence intervals. These achieve their coverage probabilities by including parameter values with relative likelihood approaching 0. this violates the law of likelihood, a post-data concept of statistical evidence introduced by Ronald Fisher in 1921. Coverage probability and the law of likelihood are both necessary for interval estimation, but neither is sufficient. When combined, they minimize the possibility of users with the same data, model, and confidence level getting different answers.

- 21- What was introduced by Ronald Fisher in 1921 was -----.
- | | |
|-------------------------|------------------------------------|
| 1) likelihood | 2) concept of statistical evidence |
| 3) coverage probability | 4) confidence interval |
- 22- To violate means -----.
- | | | | |
|--------------|------------|---------------|-----------|
| 1) to refuse | 2) to deny | 3) to disobey | 4) to vow |
|--------------|------------|---------------|-----------|
- 23- Coverage probability is a requirement for was -----.
- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1) testing hypothesis | 2) confidence interval |
| 3) estimation | 4) regression |
- 24- What is violated?
- | | | | |
|----------------|----------------|---------------|-----------------|
| 1) Sufficiency | 2) Consistency | 3) Likelihood | 4) Unbiasedness |
|----------------|----------------|---------------|-----------------|
- 25- What are necessary for confidence interval?
- | | |
|---------------------------|--|
| 1) Sample size and length | 2) Sample size and unbiasedness |
| 3) Only distance | 4) Coverage probability and likelihood |

PASSAGE 3:

The simplest forms of regression and correlation involve formulas that are incomprehensible to many beginning students. The application of these techniques is also often misunderstood. The simplest and most useful description of the techniques involves the use of standardized variables, the root mean square operation, and certain distance measures between points and lines. On the standardized scale, the simple linear regression coefficient equals the correlation coefficient, and the distinction between fitting a line to points and choosing a line for prediction is made transparent. The typical size of prediction errors is estimated in a natural way by summarizing the actual prediction errors incurred in the dataset by use of the regression line for prediction. The connection between correlation and distance is simplified. Despite their intuitive appeal, few textbooks make use of these simplifications in introducing correlation and regression.

- 26- Incomprehensible means -----.
- | | |
|-----------------|----------------------------|
| 1) incomparable | 2) difficult to understand |
| 3) vague | 4) easy |
- 27- What is often misunderstood?
- | | | | |
|--------------------|-------------|---------------|---------------|
| 1) The application | 2) Formulas | 3) Techniques | 4) Regression |
|--------------------|-------------|---------------|---------------|
- 28- The techniques include -----.
- | | |
|---------------------|---------------------------|
| 1) random variables | 2) median |
| 3) variance | 4) standardized variables |
- 29- The relation between distance and correlation is -----.
- | | | | |
|-----------|---------------|------------------|----------------|
| 1) simple | 2) impossible | 3) in some books | 4) meaningless |
|-----------|---------------|------------------|----------------|
- 30- Fitting a line to points and choosing a line for prediction are -----.
- | | | | |
|-------------|---------------|--------------|-------------|
| 1) the same | 2) impossible | 3) not clear | 4) distance |
|-------------|---------------|--------------|-------------|



۳۱- با توجه به نمودار مقابل کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) در سمت چپ Y_0 پس انداز مثبت است.
- (۲) در سمت چپ Y_0 مصرف بیش از درآمد است.
- (۳) در سمت راست Y_0 در آمد کمتر از مصرف است.
- (۴) در نقطه Y_0 پس انداز با مصرف برابر است.

۳۲- اگر تابع هزینه به صورت $C = 1000 + 10q^2$ (مقدار کالا) باشد، هزینه متوسط برای چه سطحی از تولید حداقل است؟

- (۱) $q = 7$
- (۲) $q = 8$
- (۳) $q = 9$
- (۴) $q = 10$

۳۳- اگر عرضه کل پول در جامعه برابر ۳۰۰، سطح عمومی قیمت‌ها برابر با ۲ و مقدار تولید برابر با ۲۵۰ باشد، سرعت گردش پول برابر است با:

- (۱) ۲/۵
- (۲) ۷/۵
- (۳) ۹
- (۴) ۱۰

۳۴- اگر مصرف برنامه‌ریزی شده بصورت $40 + 0.8Y$ و سرمایه‌گذاری برنامه ریزی شده معادل ۵۰ واحد باشد، سطح درآمد در حال تعادل برابر است با:

- (۱) ۴۰۰
- (۲) ۴۵۰
- (۳) ۸۰۰
- (۴) ۹۰۰

۳۵- اگر متوسط هزینه متغیر تولید یک کالا ۲۵ و کل هزینه‌های ثابت تولید، یک میلیون واحد پولی باشد، با تولید ۲۰۰۰ واحد کالا، قیمت تمام شده هر واحد تولید چه قدر است؟

- (۱) ۱۲۵
- (۲) ۵۲۵
- (۳) ۹۷۵
- (۴) ۱۰۲۵

۳۶- انتشار اوراق مشارکت از سوی بانک‌ها موجب می‌شود:

- (۱) قیمت‌ها افزایش یابد.
- (۲) رکود اقتصادی کاهش یابد.
- (۳) تورم اقتصادی کاهش یابد.
- (۴) نقدینگی در جامعه فزونی یابد.

۳۷- در بازاری با عرضه و تقاضا به شکل زیر، دولت می‌خواهد سهمیه بندی در سمت عرضه برقرار نماید. میزان سهمیه کدام است؟

$$p = 200 - 2q$$

$$p = 60 + 2q$$

- (۱) ۶۰
- (۲) ۵۰
- (۳) ۴۰
- (۴) ۳۰

۳۸- اگر تابع تقاضای کالایی به صورت $p = 40 - q$ باشد، درآمد کل در چه قیمتی به حداکثر می‌رسد؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۵
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۵

۳۹- با کاهش قیمت کالای a ، قیمت کالای b افزایش می‌یابد. بنابر این:

- (۱) a و b دو کالای مکمل‌اند.
- (۲) a و b جانشین یکدیگرند.
- (۳) b کالای لوکس است.
- (۴) a کالای پست و غیر ضروری است.

۴۰- تابع مطلوبیت فرد به صورت $U = q_1 q_2$ است اگر $p_1 = 10$, $p_2 = 20$ و درآمد فرد ۲۴۰۰ باشد میزان مصرف q_2 که مطلوبیت وی را حداکثر کند برابر است با:

- (۱) ۱۲۰
(۲) ۹۰
(۳) ۶۰
(۴) ۳۰

۴۱- کدام عبارت صحیح است؟

- (۱) عمده‌ترین شکل مهاجرت‌های داخلی در کشور طی دهه اخیر مهاجرت‌های روستا به شهر بوده است.
(۲) نیازها و هزینه‌های آموزشی سال‌های دهه ۱۳۶۰ تنها متأثر از رشد بالای جمعیت بود.
(۳) در فاصله سالهای ۱۳۶۵ تا ۱۳۸۵ به طور میانگین سالانه ۱٫۵ میلیون نفر بر جمعیت کشور افزوده شده است.
(۴) عرضه نیروی انسانی تابعی از میزان رشد جمعیت و ساختمان سنی و جنسی جمعیت است.

۴۲- اگر مقادیر l_{20} , l_{30} , l_{40} , l_{50} در یک جدول عمر به ترتیب برابر با ۹۰۰۰۰، ۸۵۰۰۰، ۸۰۰۰۰ و ۷۳۰۰۰ نفر باشند، مقدار q_{30} برابر است با:

- (۱) ۰٫۰۶
(۲) ۰٫۱۴
(۳) ۰٫۱۹
(۴) ۰٫۹۴

۴۳- اگر میزان مرگ و میر یک جمعیت ایستا (stationary) برابر ۲۰ در هزار باشد، مقدار امید زندگی بدو تولد برابر است با:

- (۱) ۲۰ سال
(۲) ۳۰ سال
(۳) ۴۰ سال
(۴) ۵۰ سال

۴۴- بر اساس داده‌های یک جدول عمر داریم: $L_{10} = ۴۴۲۴۴۵$, $T_{10} = ۴۶۵۲۲۵۵$, $e_0 = ۶۰$. چند درصد از کل جمعیت پس از ده سال زنده خواهند ماند؟

- (۱) ۵۷
(۲) ۶۰
(۳) ۸۴
(۴) ۹۵

۴۵- پنجره جمعیت یا demographic window به دوره‌ای اطلاق می‌شود که:

- (۱) سهم گروه‌های خردسال و پیر به کمتر از یک سوم جمعیت تقلیل می‌یابد.
(۲) رشد اقتصادی به حد مطلوب می‌رسد و جمعیت در بهترین شرایط اقتصادی قرار دارد.
(۳) رشد جمعیت بالاست و نشان دهنده نیروی کار پرشمار در آینده است.
(۴) سهم گروه‌های خردسال به کمترین حد ممکن می‌رسد و هزینه‌ها کاهش می‌یابد.

۴۶- تعارض میان هنجارها، غالب اوقات محصول کدام یک است؟

- (۱) عضویت در گروه‌های متعدد
(۲) اجتماعی شدن نارسا
(۳) روان پریشی
(۴) ناکامی در قبول مسئولیت‌های فردی

۴۷- کدام عبارت درست است؟

- (۱) در دهه‌های دوم و سوم قرن بیستم، موسولینی در ایتالیا و هیتلر در آلمان، زناشویی و ازدیاد نسل را بسیار مورد تشویق قرار می‌دادند.
(۲) نئومالتوسین‌ها از دهه سوم قرن ۱۹ ظهور کردند و تمام ابعاد نظرات مالتوس را پذیرفته و اشاعه دادند.
(۳) افلاطون و ارسطو و اغلب متفکران یونان طرفداران سرسخت افزایش جمعیت بوده‌اند.
(۴) نظریه پردازان قرن بیستم، مانند بونگارت و سووی، بر نظریه جمعیت با تعداد ثابت تاکید کرده‌اند.

۴۸- کدام عبارت صحیح است؟

- (۱) کمترین میزان رشد جمعیت جهان در دهه آخر قرن بیستم روی داده است که دلیل آن کاهش زاد و ولد در کشورهای در حال توسعه بوده است.
 (۲) نقطه اوج رشد جمعیت دنیا طی سالهای ۱۹۵۰ تا ۱۹۷۵ میلادی اتفاق افتاد و دلیل آن کاهش مرگ و میر در کشورهای در حال توسعه بود.
 (۳) رشد شتابان جمعیت جهان پس از انقلاب صنعتی روی داده است و زمینه ساز آن زاد و ولد و باروری بالا بوده است.
 (۴) کمترین میزان رشد جمعیت جهان پس از جنگ جهانی دوم در دهه ۱۹۵۰ روی داده و دلیل آن تلفات ناشی از جنگ بوده است.

۴۹- نسبت جنسی جمعیت جهان در سالهای ۱۹۵۰ و ۲۰۰۰ به ترتیب برابر با ۱۰۰ و ۱۰۲ بوده است. تفاوت درصد سهم مردان از جمعیت جهان در این دو مقطع برابر بوده است با:

- (۱) حدود نیم درصد (۲) حدود دو درصد (۳) حدود یک درصد (۴) حدود چهار صد

۵۰- میزانهای اختصاصی باروری ۳ گروه سنی به شرح زیر است

$$\Delta f_{25} = 100, \quad \Delta f_{20} = 140, \quad \Delta f_{15} = 50,$$

میزان باروری تجمعی برای سن درست ۲۵ سالگی چقدر است؟

- (۱) ۰/۱۹ (۲) ۰/۲۹ (۳) ۰/۹۵ (۴) ۱/۴۵

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد									
z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517
0.7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823
0.8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365
1.0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8977	8993
1.3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306
1.5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429
1.6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535
1.7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625
1.8	9644	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699
1.9	9712	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761
2.0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812
2.1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854
2.2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887
2.3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913
2.4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934
2.5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951
2.6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963
2.7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973
2.8	9974	9975	9976	9977	9978	9979	9980	9981	9982
2.9	9983	9984	9985	9986	9987	9988	9989	9990	9991
3.0	9990	9991	9991	9992	9992	9993	9993	9994	9994
3.1	9994	9995	9995	9996	9996	9997	9997	9998	9998
3.2	9998	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.3	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.4	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999

مقارن بحرانی توزیع t									
df	1.0	.05	.025	.01	.005				
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66				
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925				
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841				
4	1.533	2.132	2.776	3.947	4.604				
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032				
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707				
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499				
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355				
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250				
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169				
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106				
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055				
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012				
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977				
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.951				
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.931				
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.918				
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.908				
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.891				
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.885				
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.881				
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.879				
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.877				
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.877				
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.877				
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.879				
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.879				
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.883				
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.886				

مقارن بحرانی توزیع مربع کای									
df	.995	.990	.975	.950	.900	.800	.700	.600	.500
1	16.5	0.0001	0.0009	0.0039	0.0158	0.0394	0.0675	0.1013	0.1358
2	0.010	0.0201	0.0505	0.1025	0.2107	0.3371	0.4602	0.5794	0.7177
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	0.5844	0.8791	1.2128	1.5987	2.0483
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	1.0645	1.4868	1.9280	2.3658	2.8757
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	1.6753	2.2027	2.7191	3.2470	3.8414
6	0.675	0.8720	1.2372	1.6353	2.2027	2.7191	3.2470	3.8414	4.5515
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1672	2.8330	3.4351	4.0449	4.6708	5.3787
8	1.244	1.6445	2.1797	2.7326	3.3543	3.9584	4.5748	5.2093	5.9151
9	1.374	1.8019	2.3581	3.0143	3.5991	4.2000	4.8186	5.4588	6.1678
10	1.555	2.0537	2.5918	3.2469	3.8906	4.4669	5.0834	5.7359	6.4799
11	1.691	2.2041	2.7339	3.3903	4.0490	4.6331	5.2495	5.9099	6.6261
12	1.801	2.3364	2.8538	3.5178	4.1914	4.7793	5.3908	6.0631	6.7664
13	1.888	2.4443	2.9467	3.6191	4.2796	4.8601	5.4756	6.1488	6.8456
14	1.959	2.5338	3.0233	3.7033	4.3568	4.9344	5.5484	6.2184	6.9141
15	2.019	2.6033	3.0839	3.7633	4.4171	4.9904	5.5984	6.2684	6.9641
16	2.069	2.6628	3.1344	3.8083	4.4671	5.0364	5.6384	6.3084	7.0041
17	2.119	2.7123	3.1799	3.8483	4.5071	5.0764	5.6784	6.3484	7.0441
18	2.169	2.7568	3.2204	3.8833	4.5421	5.1114	5.7134	6.3834	7.0791
19	2.219	2.7968	3.2559	3.9133	4.5721	5.1414	5.7434	6.4134	7.1141
20	2.269	2.8368	3.2864	3.9433	4.6021	5.1714	5.7734	6.4434	7.1491
21	2.319	2.8768	3.3169	3.9733	4.6321	5.2014	5.8034	6.4734	7.1841
22	2.369	2.9168	3.3474	4.0033	4.6621	5.2314	5.8334	6.5034	7.2191
23	2.419	2.9568	3.3779	4.0333	4.6921	5.2614	5.8634	6.5334	7.2541
24	2.469	2.9968	3.4084	4.0633	4.7221	5.2914	5.8934	6.5634	7.2891
25	2.519	3.0368	3.4389	4.0933	4.7521	5.3214	5.9234	6.5934	7.3241
26	2.569	3.0768	3.4694	4.1233	4.7821	5.3514	5.9534	6.6234	7.3591
27	2.619	3.1168	3.5000	4.1533	4.8121	5.3814	5.9834	6.6534	7.3941
28	2.669	3.1568	3.5305	4.1833	4.8421	5.4114	6.0134	6.6834	7.4291
29	2.719	3.1968	3.5610	4.2133	4.8721	5.4414	6.0434	6.7134	7.4641
30	2.769	3.2368	3.5915	4.2433	4.9021	5.4714	6.0734	6.7434	7.4991

۵۱- متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال زیر است:

$$f(x) = 4x, x \in \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

به کمک عدد تصادفی ۰/۰۲۸۸ از فاصله $(0,1)$ ، یک مشاهده از X کدام است؟

- (۱) ۰/۰۱۲
(۲) ۰/۰۲
(۳) ۰/۰۴
(۴) ۰/۱۲

۵۲- فرض کنید $X_1, X_2, \dots$ دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان $U(0,1)$ باشند. مقدار تقریبی برای

$$P(1 \leq (X_1, \dots, X_n)^{n-\frac{1}{2}} e^{n^{\frac{1}{2}}} \leq e^2)$$

- (۱) ۰/۲۵
(۲) ۰/۴۷۷۲
(۳) ۰/۴۷۲۷
(۴) ۰/۵

۵۳- فرض کنید $\bar{X}$ میانگین یک نمونه تصادفی به اندازه n از توزیعی با میانگین μ و واریانس $\sigma^2 = 100$ باشد. اگر فاصله

تصادفی $\left(\bar{X} - \frac{1}{3}, \bar{X} + \frac{1}{3}\right)$ یک فاصله اطمینان تقریبی ۹۵ درصدی برای μ باشد، مقدار n کدام است؟ $(\Phi^{-1}(0.975) \approx 2)$

- (۱) ۳۰
(۲) ۶۰
(۳) ۹۰۰
(۴) ۳۶۰۰

۵۴- یک نمونه ۱۰۰ تایی از توزیعی با میانگین μ و واریانس ۴ داریم. فرض کنید $\bar{X}$ معدل این نمونه باشد. فاصله

$(\bar{X} - 0.8, \bar{X} + 0.8)$ را به عنوان فاصله اطمینان برای μ اختیار می کنیم، به تقریب ضریب اطمینان کدام است؟

- (۱) ۰
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) ۰/۹
(۴) ۱

۵۵- فرض کنید ۰/۹، ۰/۴، ۰/۲، ۰/۷، ۰/۳، یافته های یک نمونه تصادفی ۵ تایی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f_{\theta}(x) = 2\theta^2 x, 0 < x < \frac{1}{\theta}$$

برآورد ماکزیمم درست نمایی $\hat{\theta}$ و برآورد به روش گشتاوری $\tilde{\theta}$ کدام است؟

- (۱) $(\tilde{\theta}, \hat{\theta}) = \left(\frac{4}{15}, \frac{9}{10}\right)$
(۲) $(\tilde{\theta}, \hat{\theta}) = \left(\frac{13}{15}, \frac{10}{9}\right)$
(۳) $(\tilde{\theta}, \hat{\theta}) = \left(\frac{11}{15}, \frac{9}{10}\right)$
(۴) $(\tilde{\theta}, \hat{\theta}) = \left(\frac{4}{15}, \frac{10}{9}\right)$

۵۶- داروی A به منظور پائین نگاه داشتن میزان اضطراب به بازار عرضه شده است. جهت بررسی اثر این دارو، ۱۶ نفر مورد آزمایش قرار می گیرند. میزان اضطراب این افراد قبل از مصرف دارو (x) و پس از مصرف دارو به مدت ۶ ماه (y) اندازه گرفته می شود. خلاصه اطلاعات زیر به دست آمده است.

$$\bar{x} = 17, \bar{y} = 14, S_x^2 = 26, S_y^2 = 25, S_{xy} = -24/5,$$

$$\bar{d} = \bar{x} - \bar{y} = 3, S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2, S_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}), S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2$$

علاقه مند به آزمون $H_0: \mu_d = 0$ در مقابل $H_1: \mu_d > 0$ هستیم. مقدار آماره آزمون کدام است؟

$$1/68 \quad (2)$$

$$1/2 \quad (1)$$

$$2/1 \quad (4)$$

$$1/71 \quad (3)$$

۵۷- می خواهیم فرض H_0 ، ناریبی سکه ای، را بیازمائیم. سکه را ۵ بار می اندازیم. اگر ۴ بار شیر مشاهده شود، مقدار احتمال (p-value) کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{3}{16} \quad (4)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

۵۸- با توجه به اطلاعات جدول زیر، برآورد خطای استاندارد تفاوت بین دو نسبت کدام است؟

	تعداد دانشجوی دختر	تعداد دانشجو
دانشگاه الف	۸۰	$n_1 = 120$
دانشگاه ب	۱۲۰	$n_2 = 180$

$$\frac{1}{16} \quad (2)$$

$$\frac{1}{18} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

۵۹- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $Y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ ، متغیر پاسخ و X متغیر مستقل است. برای یک نمونه تصادفی ۱۶ تایی $(x_1, Y_1), \dots, (x_{16}, Y_{16})$ خلاصه اطلاعات زیر حاصل شده است:

$$\sum x_i = 32, \sum x_i^2 = 73, \sum Y_i = 48, \sum Y_i^2 = 160, \sum x_i Y_i = 102$$

مقدار $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ به روش حداقل مربعات کدام است؟

$$\left(\frac{3}{5}, \frac{3}{2} \right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{3}, \frac{3}{4} \right) \quad (4)$$

$$\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3} \right) \quad (3)$$

۶۰- در سؤال ۵۹ مقدار SSE (مجموع مربعات خطا) و ضریب تعیین کدام است؟

$$R^2 = \frac{1}{4}, SSE = 12 \quad (2)$$

$$R^2 = \frac{1}{2}, SSE = 15 \quad (4)$$

$$R^2 = \frac{1}{9}, SSE = 9 \quad (1)$$

$$R^2 = \frac{1}{3}, SSE = 12 \quad (3)$$

۶۱- رابطه درآمد (Y) گروهی از افراد بر حسب میزان تحصیلات (X) آنها به صورت $\ln \hat{Y} = 15 + 0.5X$ است. دو دسته از این گروه را در نظر بگیرید که دسته اول ۲ سال بیشتر از دسته دوم تحصیل کرده اند. نسبت درآمد یک نفر از دسته دوم به فردی از دسته اول کدام است؟

$$e^{-0.5} \quad (2)$$

$$e \quad (4)$$

$$e^{-1} \quad (1)$$

$$e^{0.5} \quad (3)$$

۶۲- در یک طرح کاملاً تصادفی، برای مقایسه ۵ تیمار اگر مجموع مربعات باقیمانده (SSE) برابر ۱۶۴ با ۸ درجه آزادی و مقدار آماره آزمون ۴ باشد، مجموع مربعات تیمارها (SST) و تعداد کل واحدهای آزمایش (n) کدام است؟

$$SST = 328, n = 12 \quad (2)$$

$$SST = 384, n = 12 \quad (4)$$

$$SST = 384, n = 13 \quad (1)$$

$$SST = 328, n = 13 \quad (3)$$

۶۳- در یک مطالعه آماری اثر سطوح مختلف آموزشی را روی عملکرد آموزشی دانش آموزان مطالعه کرده اند. داده ها در جدول زیر خلاصه شده اند:

سطوح آموزشی	A	B	C
میانگین	۱	۲	۰/۵
برآورد ناریب واریانس	۱	۱	۱
اندازه نمونه	۳	۲	۴

با فرض نرمال بودن داده ها و همگن بودن واریانس ها، میانگین کل و مقدار مجموع مربعات خطا (SSE) کدام است؟

$$SSE = 5, \bar{x}_{..} = 1/17 \quad (2)$$

$$SSE = 4, \bar{x}_{..} = 1/5 \quad (4)$$

$$SSE = 6, \bar{x}_{..} = 1 \quad (1)$$

$$SSE = 3, \bar{x}_{..} = 1/25 \quad (3)$$

۶۴- وضعیت رفتاری و نژاد تعدادی از پاسخگویان در جدول زیر ارائه شده است. با توجه به اطلاعات داده شده، مقدار آماره آزمون برای بررسی استقلال نژاد و رفتار کدام است؟

وضعیت رفتاری \ نژاد	A	B
بی قید	۲۰	۳۰
میانه رو	۲۰	۱۰
سایر	۱۰	۱۰

$$\frac{17}{3} \quad (2)$$

$$\frac{19}{5} \quad (4)$$

$$\frac{16}{3} \quad (1)$$

$$\frac{18}{5} \quad (3)$$

۶۵- داده های زیر مربوط به تعداد تصادفات در روزهای مختلف مهرماه در چهارراه A می باشد. با توجه به اطلاعات داده شده، مقدار تقریبی آماره آزمون، توزیع و درجه آزادی برای پاسخ به این سؤال که « آیا توزیع تعداد تصادفات در یک روز از توزیع پواسون تبعیت می کند یا خیر » کدام است؟ ($e^{-1} = 0.37$, $e = 2.718$)

تعداد تصادفات در یک روز	۰	۱	۲	۳
تعداد روزها	۷	۱۸	۳	۲

$$\chi^2_{(1)} , \frac{619}{88} \quad (2)$$

$$\chi^2_{(2)} , \frac{916}{88} \quad (4)$$

$$\chi^2_{(2)} , \frac{619}{88} \quad (1)$$

$$\chi^2_{(1)} , \frac{691}{88} \quad (3)$$

۶۶- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ اگر $\sum_{i=1}^n x_i = 0$, $\sum_{i=1}^n x_i^2 = n$ و $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ در این

صورت برآورد کمترین توان دوم خطای $\alpha - \beta$ کدام است؟ (توجه: $\overline{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i Y_i$)

$$\overline{XY}(\overline{X} - 1) \quad (2)$$

$$\overline{X} + \frac{1}{\overline{Y}} \overline{XY} \quad (1)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i (Y_i - 1) \quad (4)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - x_i) Y_i \quad (3)$$

۶۷- مدل رگرسیون خطی ساده $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon$ که در آن $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ است را در نظر بگیرید. چنانچه این مدل به ۲۰ مشاهده برازش داده شده باشد و $R^2 = 0/64$ ، کدام یک از عبارات زیر برای مقدار شاخص آماری F برای آزمون رابطه خطی $(H_0: \beta_1 = 0)$ درست است؟

- (۱) کمتر از ۳۰
(۲) حداقل ۳۰ ولی کمتر از ۳۳
(۳) حداقل ۳۳ ولی کمتر از ۳۶
(۴) حداقل ۳۶

۶۸- در مدل رگرسیون خطی ساده $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ، با فرض $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ و $\sum_{i=1}^n X_i = 0$ و $i = 1, 2, \dots, n$ توزیع $\hat{\beta}_0$ به روش کمترین توان های دوم خطا کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) & N\left(\beta_0, \frac{\sigma^2}{n}\right) \\ (2) & N\left(\beta_0, \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2}\right) \\ (3) & N\left(\beta_0, \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{\sum X_i^2}\right)\right) \\ (4) & N\left(0, \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2}\right) \end{aligned}$$

۶۹- فرض کنید دنباله $Y_1, Y_2, \dots, Y_5$ به ترتیب دارای میانگین $\beta, 2\beta, \dots, 5\beta$ و واریانس σ^2 است. برآورد β به روش کمترین توان های دوم خطا کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) & \frac{1}{15} \sum_{i=1}^5 i Y_i \\ (2) & \frac{1}{55} \sum_{i=1}^5 i Y_i \\ (3) & \frac{1}{55} \sum_{i=1}^5 i Y_i - 25 \bar{Y} \\ (4) & \frac{1}{55} \sum_{i=1}^5 i Y_i \end{aligned}$$

۷۰- داده های جدول زیر را در نظر بگیرید:

X	-۵	-۴	-۳	-۲	-۱	۱	۲	۳	۴	۵
Y	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}

اگر مدل رگرسیون خطی ساده $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ که در آن $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ است را به داده های فوق برازش دهیم. رابطه بین خطای معیار $\hat{\beta}_0$ و $\hat{\beta}_1$ به روش کمترین توان دوم خطا کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) & SE(\hat{\beta}_1) < SE(\hat{\beta}_0) \\ (2) & SE(\hat{\beta}_1) > SE(\hat{\beta}_0) \\ (3) & SE(\hat{\beta}_1) = SE(\hat{\beta}_0) \end{aligned}$$

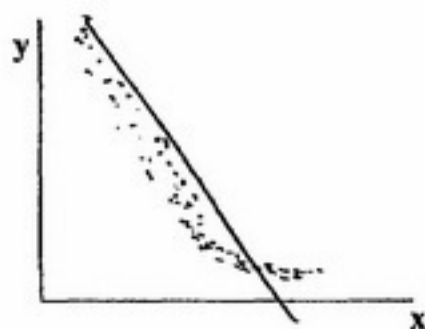
(۴) بستگی به مقادیر Y_i دارد و نمی توان بزرگی آنها را مقایسه نمود.

- ۷۱- رابطه بین ضریب تعیین و ضریب تعیین اصلاح شده چیست؟
 (۱) ضریب تعیین اصلاح شده همیشه کوچکتر از ضریب تعیین است.
 (۲) ضریب تعیین اصلاح شده با افزایش تعداد متغیرهای مستقل همیشه افزایش می یابد.
 (۳) ضریب تعیین اصلاح شده کوچکتر از ضریب تعیین است در صورتی که عرض از مبدا منفی باشد.
 (۴) در صورت غیرخطی بودن مدل رگرسیونی از ضریب تعیین اصلاح شده به جای ضریب تعیین استفاده می شود.

۷۲- اگر در مدل رگرسیونی، خطاها همگن نباشند، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) برآورد کمترین توان های دوم معمولی BLUE است.
 (۲) برآورد کمترین توان های دوم معمولی اریب است.
 (۳) برآورد کمترین توان های دوم معمولی نالریب اما خطی نیست.
 (۴) برآورد کمترین توان های دوم وزنی BLUE است.

۷۳- در یک مدل رگرسیونی متغیر وابسته به صورت درصد می باشد و خط رگرسیونی مطابق شکل زیر به داده ها برازش داده شده است. شیب و عرض از مبدا معنی دار و ضریب تعیین برابر ۰/۷۹ بوده است. یک آمار دان با مشاهده نتایج اعلام نمود که با این برازش موافق نمی باشد. کدام گزینه دلیل اصلی این نظر می باشد؟



- (۱) شیب خط برازش شده منفی است.
 (۲) ممکن است بتوان مدل مناسب تری برازش داد.
 (۳) برخی از مقادیر پیش بینی شده قابل قبول نمی باشد.
 (۴) ضریب تعیین به اندازه کافی بزرگ نمی باشد.

۷۴- با استفاده از نتایج زیر مقدار آماره ی آزمون $H_0: \beta_1 = 0$ در مدل رگرسیونی $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$ چیست؟

$$n = 7, (X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = 165, SS_{reg} = \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = 140, X'Y = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{8}{25\sqrt{5}} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{8\sqrt{5}}{25} \quad (4)$$

$$\frac{8\sqrt{5}}{5} \quad (3)$$

۷۵- فرض کنید (X, Y) دارای توزیع نرمال دو متغیره است. بر اساس یک نمونه تصادفی $n = 19$ تایی اگر r برآورد ضریب همبستگی جامعه (ρ) باشد، برای آزمون $H_0: \rho = \rho_0$ (معلوم) کدام یک از شاخص های زیر مناسب تر است؟

$$t = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} \sim t(17) \quad (2)$$

$$t = \frac{r\sqrt{17}}{\sqrt{1-r^2}} \sim t(17) \quad (1)$$

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} \sim N(0, 1) \quad (4)$$

$$z = 2 \ln \frac{1+r}{1-r} - \ln 9 \sim N(0, 1) \quad (3)$$

۷۶- در رگرسیون خطی ساده $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$ با فرض مقادیر داده شده زیر، برآورد σ^2 کدام است؟

$$n = 12, \rho(X, Y) = 0.8, \sum (y_i - \bar{y})^2 = 10$$

(۱) ۰/۳۶

(۲) ۰/۶

(۳) ۰/۶۴

(۴) ۰/۸

۷۷- در یک مدل رگرسیونی چندگانه با توزیع خطای نرمال $(0, \sigma^2)$ و ماتریس تصویرگر (پیش بینی کننده)

$$P = X(X'X)^{-1}X' = \{p_{ij}\}$$

واریانس مقدار باقیمانده i ام (e_i) برابر است با:

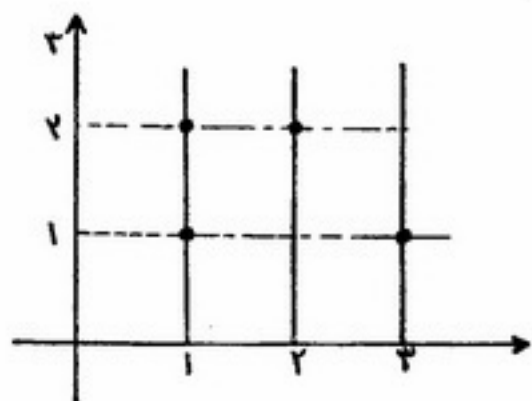
(۱) $\sigma^2 p_{ii}$

(۲) $\sigma^2 p_{ij}$

(۳) $\sigma^2 (1 - p_{ii})$

(۴) $\sigma^2 (1 - p_{ij})$

۷۸- اگر چنانچه به مشاهدات (X_i, Y_i) ، $(i = 1, 2, 3, 4)$ در دستگاه مختصات زیر خط رگرسیون که از مبدأ مختصات می گذرد را با استفاده از کمترین توان دوم خطا برازش دهیم، ضریب زاویه خط کدام است؟



(۱) $-\frac{2}{13}$

(۲) $\frac{2}{13}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{2}{3}$

۷۹- در مدل رگرسیونی درجه دوم $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon$ میزان تغییرات تابع رگرسیونی نسبت به X برابر است با:

(۱) β_1

(۲) β_2

(۳) $\beta_1 + 2\beta_2 X$

(۴) $\beta_1 + \beta_2(2X + 1)$

۸۰- مدل های خطی ساده رگرسیونی را در نظر بگیرید:

$$\hat{\sigma}_I^2 = \text{MSE}_I \quad I: Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$$

$$\hat{\sigma}_{II}^2 = \text{MSE}_{II} \quad II: Y_i = \gamma + \delta(X_i - \bar{X}) + \varepsilon_i \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

با استفاده از روش کمترین توان دوم خطا رابطه بین برآوردهای پارامترها کدام است؟

(۱) $\hat{\sigma}_I^2 = \hat{\sigma}_{II}^2, \hat{\alpha} = \hat{\gamma} - \hat{\beta} \bar{X}, \hat{\beta} = \hat{\delta}$

(۲) $\hat{\sigma}_I^2 = \hat{\sigma}_{II}^2, \hat{\alpha} = \hat{\gamma}, \hat{\beta} = \hat{\delta} - \hat{\alpha} \bar{X}$

(۳) $\hat{\sigma}_I^2 \neq \hat{\sigma}_{II}^2, \hat{\alpha} < \hat{\gamma}, \hat{\beta} > \hat{\delta}$

(۴) $\hat{\sigma}_I^2 \neq \hat{\sigma}_{II}^2, \hat{\alpha} = \hat{\gamma}, \hat{\beta} = \hat{\delta}$

۸۱- در یک نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری از جامعه $U_1, U_2, \dots, U_N$ ، اگر متغیر تصادفی X_i مقدار صفت X برای i امین عضو نمونه و Y_j مقدار صفت Y برای j امین عضو نمونه باشد، وقتی $i \neq j$ باشد، $\text{COV}(X_i, Y_j)$ برابر است با:

$$(1) \text{ صفر} \quad (2) -\frac{1}{N-1} \sum_{m=1}^N (X_m - \bar{X})(Y_m - \bar{Y})$$

$$(3) \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N (X_m - \bar{X})(Y_m - \bar{Y}) \quad (4) -\frac{1}{N(N-1)} \sum_{m=1}^N (X_m - \bar{X})(Y_m - \bar{Y})$$

۸۲- جامعه ای از دو طبقه تشکیل شده است که طبقه اول شامل ۴ عضو با مقادیر ۲، ۵، ۸ و طبقه دوم شامل سه عضو با مقادیر ۱، ۱۰ و ۴ است. اگر بخواهیم از این جامعه نمونه ای به حجم $n = 4$ انتخاب کنیم، کدام روش دقیق تر است؟
 (۱) نمونه گیری طبقه ای با تخصیص مساوی
 (۲) نمونه گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری
 (۳) نمونه گیری تصادفی ساده با جایگذاری
 (۴) نمونه گیری طبقه ای با تخصیص متناسب

۸۳- در نمونه گیری تصادفی ساده n تایی از جامعه ای N عضوی اگر ارتباط خطی کامل بین Y_i ها و X_i ها که به ترتیب مقادیر دو صفت اصلی و کمکی هستند، برقرار باشد، کدام گزاره درست است؟
 (۱) همواره برآوردگر نسبتی از معمولی دقیق تر است.
 (۲) همواره برآوردگر معمولی از نسبتی دقیق تر است.
 (۳) تحت شرایطی، برآوردگر معمولی از برآوردگر نسبتی دقیق تر است.
 (۴) تحت شرایطی برآوردگر رگرسیونی از نسبتی دقیق تر است.

۸۴- یک پایگاه کوهنوردی حداکثر سه نوع ابزار به کوهنوردان امانت می دهد. در یک روز زمستانی ۴۰۰ کوهنورد به این پایگاه مراجعه کرده و ۱۰۰ نفر آنان هر سه نوع ابزار را و بقیه انواع کمتری را دریافت کرده و یا ابزاری به امانت نگرفته اند. اگر در یک نمونه تصادفی ساده ۵۰ تایی از کل مراجعین نتایج به شرح جدول زیر باشد، برآورد تعداد کل ابزارهای امانت گرفته شده در این روز چقدر است؟

تعداد ابزار	۰	۱	۲	۳
فراوانی	۱۵	۱۰	۱۵	۱۰

(۱) ۲۸۰
 (۲) ۳۰۰
 (۳) ۵۶۰
 (۴) ۶۰۰

۸۵- در یک نمونه گیری طبقه بندی از جامعه ای با ۳ طبقه می دانیم انحراف معیار متغیر مورد بررسی در طبقه اول ۴ برابر طبقه دوم و ۲ برابر طبقه سوم است. به علاوه حجم طبقه اول ۲ برابر طبقه دوم و ۴ برابر طبقه سوم است. اگر بخواهیم ۱۰۰ نمونه از این جامعه استخراج کنیم حجم نمونه لازم از طبقه سوم (با تخصیص نیمین) چقدر باید باشد؟
 (۱) ۲۰
 (۲) ۱۰
 (۳) ۳۳
 (۴) حداکثر ۳۴

۸۶- جامعه ای شامل ۳۰۰ عضو است. برای برآورد نسبت دارندگان یک ویژگی معین از این جامعه سه نمونه سیستماتیک جداگانه ۵ در میان استخراج نموده ایم. تعداد دارندگان این ویژگی در نمونه های یاد شده ۳۰، ۱۵ و ۱۵ نفر بوده است. نسبت مورد نظر را چقدر برآورد می کنید؟

- | | |
|-------------------|--------------------|
| (۱) $\frac{1}{5}$ | (۲) $\frac{1}{4}$ |
| (۳) $\frac{1}{3}$ | (۴) $\frac{3}{10}$ |

۸۷- درباره مقایسه دو روش نمونه گیری سیستماتیک دوره ای و سیستماتیک خطی (معمولی) می توان گفت:

- (۱) دقت نمونه گیری سیستماتیک دوره ای بیشتر از سیستماتیک خطی است.
- (۲) در نمونه گیری سیستماتیک دوره ای همه نمونه های ممکن، هم حجم هستند ولی در نمونه گیری سیستماتیک خطی ممکن است این گونه نباشد.
- (۳) اجرای نمونه گیری سیستماتیک دوره ای همواره ساده تر از سیستماتیک خطی است.
- (۴) برآورد واریانس میانگین نمونه در سیستماتیک دوره ای امکان پذیر است ولی در سیستماتیک خطی امکان پذیر نیست.

۸۸- برای برآورد میانگین نمره درس ریاضی دختران در کنکور از روش نمونه گیری تصادفی ساده بدون جای گذاری استفاده شده است. به این منظور ۱۰۰۰ نمونه انتخاب و از روی آن واریانس برآورد میانگین مقدار ۸ به دست آمده است. اگر بدانیم بین نمره درس ریاضی و درس فیزیک دختران در کنکور ضریب همبستگی ۵/۰ وجود دارد و برای همین حجم نمونه از روش برآورد رگرسیونی با شیب معلوم استفاده شود واریانس برآوردگر رگرسیونی برابر است با:

- | | |
|-------|-------|
| (۱) ۵ | (۲) ۶ |
| (۳) ۷ | (۴) ۹ |

۸۹- میانگین نمرات امتحان فیزیک و ریاضی ۱۰۰ دانش آموز سال آخر یک دبیرستان یکسان و برابر ۱۷ و تغییرات نمرات درس فیزیک $S_x^2 = ۶$ است. نمونه ای به حجم ۱۰ از نمرات امتحان ریاضی (y) انتخاب می کنیم و نمرات فیزیک (x) متناظر را نیز یادداشت می نماییم. $\bar{X}_n$ میانگین نمونه ای نمرات درس فیزیک و $\bar{Y}_n$ میانگین نمونه ای نمرات درس ریاضی است. اگر بدانیم دقت روش برآورد رگرسیونی و برآورد نسبتی در برآورد میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان یکسان است. مقدار $cov(\bar{X}_n, \bar{Y}_n)$ برابر است با:

- | | |
|----------|----------|
| (۱) ۰/۴۵ | (۲) ۰/۵۴ |
| (۳) ۰/۵۶ | (۴) ۰/۶۵ |

۹۰- از جامعه ای با مشخصات زیر نمونه ای به روش انتساب متناسب انتخاب می کنیم:

طبقه	N_h	n_h	S_h^2
۱	N_1	n_1	۵
۲	N_2	n_2	۵
۳	N_3	n_3	۵
مجموع	۱۰۰۰	۱۰۰	

اگر $\bar{y}_{prop}$ برآورد میانگین صفت مورد نظر در جامعه و $S_{\bar{y}_{prop}}^2$ واریانس آن باشد آن گاه $S_{\bar{y}_{prop}}^2$ برابر است با:

- (۱) ۰/۰۴۵
(۲) ۰/۰۵۴
(۳) ۰/۴۵
(۴) ۰/۵۴

۹۱- جامعه ای به حجم N مفروض است. بخشی از این جامعه را U می نامیم و N_u ، μ_u و S_u^2 به ترتیب حجم، میانگین و واریانس این بخش از جامعه می باشند. به روش تصادفی ساده بدون جای گذاری نمونه S را به حجم n از این جامعه استخراج می کنیم. داریم: $S = S_u \cup S_{\bar{u}}$ ، به طوری که S_u مجموعه عناصر منتخب از بخش U در نمونه می باشد. اگر تعداد عناصر S_u برابر

$$n_u \text{ باشد آنگاه برای } \bar{y}_u = \frac{1}{n_u} \sum_{S_u} y \text{ کدام یک از عبارت زیر صحیح است؟}$$

(۱) $\bar{y}_u$ برآورد ناریب μ_u است و واریانس آن برابر $S_u^2 \left[E\left(\frac{1}{n_u}\right) - \frac{1}{N_u} \right]$ است.

(۲) $\bar{y}_u$ برآورد ناریب μ_u است و واریانس آن برابر $S_u^2 \left(\frac{1}{n_u} - \frac{1}{N_u} \right)$ است.

(۳) $\bar{y}_u$ برآورد اریب μ_u است و واریانس آن برابر $S_u^2 \left[E\left(\frac{1}{n_u}\right) - \frac{1}{N_u} \right]$ است.

(۴) $\bar{y}_u$ برآورد اریب μ_u است و واریانس آن برابر $S_u^2 \left(\frac{1}{n_u} - \frac{1}{N_u} \right)$ است.

۹۲- جامعه ای با $N = ۱۰۰$ خوشه مفروض است. حجم هر خوشه $M = ۱۰$ می باشد. $n = ۳$ خوشه به تصادف از خوشه های جامعه انتخاب شده اند و مجموع ویژگی مورد بررسی در خوشه های منتخب برابر ۱۱،۷ و ۹ می باشند. اگر برآورد واریانس جامعه

$(\hat{\sigma}^2)$ برابر ۰/۹۹ باشد، برآورد ضریب همبستگی خوشه ای ρ_c چقدر است؟

- (۱) ۰/۰۶
(۲) ۰/۰۸
(۳) -۰/۰۸
(۴) -۰/۰۶

۹۳- در نمونه گیری خوشه ای دو مرحله ای از جامعه ای با ۱۰ خوشه با حجم خوشه های یکسان ۱۰، متوسط تغییرات درون خوشه ای برابر ۴ و تغییرات بین خوشه ای مقدار یک به دست آمده است. برای برآورد میانگین جامعه، نمونه ای به حجم ۲ از خوشه ها گرفته شده سپس از هر خوشه نمونه هایی با حجم ۵ انتخاب شده است. واریانس برآورد میانگین چقدر است؟

- (۱) ۰/۴
(۲) ۰/۵
(۳) ۰/۶
(۴) ۰/۷

۹۴- در نمونه گیری با احتمالات متغیر به روش با جای گذاری اگر واریانس برآوردگر $\hat{\tau} = \frac{1}{n} \sum_i \frac{y_i}{p_i}$ صفر باشد (که در آن y_i مقدار

صفت مورد نظر برای واحد i ام نمونه و p_i احتمال انتخاب آن است). کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) y_i ها و p_i ها متناسب هستند.
(۲) واریانس y_i ها صفر است.
(۳) واریانس p_i ها صفر است.
(۴) y_i ها و p_i ها ناهمبسته هستند.

۹۵- اگر تعداد دروس تجدیدی ۵۰ دانش آموز که به تصادف از مدرسه ای با ۵۰۰ دانش آموز انتخاب شده اند به شرح جدول زیر باشد:

تعداد دروس تجدیدی	۰	۱	۲
فراوانی	۳۰	۱۰	۱۰

تعداد کل دروس تجدیدی همه دانش آموزان این مدرسه را با چه کران خطائی برآورد می کنید؟

$$(\sqrt{10} \approx 3.16, Z_{0.975} = 2)$$

- (۱) ۶۸ نفر
(۲) ۸۶ نفر
(۳) ۹۱ نفر
(۴) ۱۰۹ نفر

۹۶- فرض کنید یک کشور دارای ۱۰ استان است. اگر احتمال بیماری خاص در هر یک از استان‌ها برابر با p باشد، آنگاه احتمال بیماری در کشور کدام است؟

- (۱) $\frac{p}{10}$
(۲) p
(۳) $10p$
(۴) هیچ کدام

۹۷- فرض کنید $X \sim U(-\theta, \theta)$ باشد که در آن $\theta > 0$ است. احتمال اینکه معادله‌ی $t^2 - Xt + X - 1 = 0$ دارای ریشه حقیقی باشد کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) ۱
(۴) $\frac{\theta-2}{2\theta}$

۹۸- فرض کنید $X \sim \text{Bin}(n, q)$ و $\mu_X = \sigma_X = \frac{4}{5}$ ، مقدار $P(X=4)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{625}$
(۲) $\frac{1}{125}$
(۳) $\frac{1}{25}$
(۴) $\frac{1}{5}$

۹۹- فرض کنید طول عمر یک لامپ از توزیع نمایی با میانگین یک پیروی کند. ۱۰ لامپ به تصادف انتخاب می‌شود. احتمال اینکه حداقل یکی از آنها بیشتر از یک واحد زمان عمر کند کدام است؟

- (۱) $(1 - e^{-1})^{10}$
(۲) e^{-10}
(۳) $1 - e^{-10}$
(۴) $1 - (1 - e^{-1})^{10}$

۱۰۰- فرض کنید $X \sim B\left(25, \frac{1}{2}\right)$ ، مقدار $E[X(-1)^X]$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $+\frac{1}{2}$
(۴) ۱

۱۰۱- فرض کنید X یک متغیر تصادفی نرمال استاندارد با تابع چگالی احتمال $\varphi(x)$ باشد. مقدار واریانس متغیر تصادفی $\varphi'(X) - X\varphi(X)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{2}}{3\pi}$
(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$
(۳) $\frac{2\sqrt{2}}{2\pi}$
(۴) $\frac{2\sqrt{3}}{9\pi}$

۱۰۲- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با $k \geq 1$, $E(X^k) = \frac{1}{4} + 2^{k-1}$ باشد. مقدار $P[X \geq 1]$ کدام است؟

(۲) $\frac{2}{4}$
(۴) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{3}{8}$

۱۰۳- فرض کنید $X \sim t_{(n)}$. اگر $Y = \frac{1}{1 + \frac{X^2}{n}}$ ، توزیع Y کدام است؟

(۲) $\text{Beta}\left(\frac{n}{2}, \frac{1}{2}\right)$
(۴) $F(n, 1)$

(۱) $\text{Beta}\left(\frac{1}{2}, \frac{n}{2}\right)$
(۳) $F(1, n)$

۱۰۴- اگر X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی سه تایی از توزیع $N(2, 25)$ باشد، مقدار $\text{var}(X_1 + X_2 - X_3 | X_1 + 2X_2 + 3X_3)$ کدام است؟

(۲) ۷۵
(۴) ۳۵۰

(۱) ۲۵
(۳) ۱۵۰

۱۰۵- یک تاس سالم دارای دو وجه سبز، دو وجه قرمز و دو وجه آبی است. این تاس را یکبار پرتاب می کنیم اگر:

$$X = \begin{cases} 1 & \text{وجه سبز مشاهده شود.} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{وجه آبی مشاهده شود.} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

مقدار $\text{cov}(X, Y)$ کدام است؟

(۲) صفر
(۴) $\frac{1}{9}$

(۱) $\frac{1}{3}$
(۳) $-\frac{1}{9}$

۱۰۶- فرض کنید X دارای توزیع هندسی با میانگین $\frac{1}{p}$ باشد. مقدار $\text{cov}(X, I_{\{1\}}(X))$ ، I_A (تابع نشانگر است) کدام است؟

(۲) $1-p$
(۴) $\frac{1}{p} - 1$

(۱) $p-1$
(۳) $1 - \frac{1}{p}$

۱۰۷- فرض کنید X_1 و X_2 یک نمونه تصادفی ۲ تایی از $N(0, 1)$ باشد. اگر $Y_n = \frac{X_1}{\frac{1}{n} + |X_2|}$ مقدار $E(Y_n)$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) ۱
(۴) ۲

۱۰۸- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی نامنفی پیوسته و مستقل به ترتیب دارای تابع توزیع‌های F و G باشند و U یک متغیر تصادفی مستقل از X و Y با تابع احتمال $p+q=1$ ، $P(U=1)=p$ ، $P(U=-1)=q$ باشد. تابع توزیع توأم متغیرهای تصادفی $T=UX$ و $S=UY$ کدام است؟ (برای هر $t, s \in R$).

- (۱) $G(s)[pF(t)+q(1-F(-t))]$
(۲) $F(t)[qG(s)+p(1-G(-s))]$
(۳) $F(t)[pG(s)+q(1-G(-s))]$
(۴) $G(s)[qF(t)+p(1-F(-t))]$

۱۰۹- فرض کنید Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 یک نمونه تصادفی از $N(0, 1)$ باشد. اگر $T = \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_3}{Z_4}$ مقدار $P(T > 2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{2}{3}$

۱۱۰- نمونه تصادفی X_1, X_2, X_3 را از توزیع پیوسته $F(X)$ در نظر می‌گیریم. احتمال اینکه حداکثر یکی از X_i ها بزرگتر از چارک مرتبه سوم باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{27}{64}$
(۳) $\frac{2}{4}$
(۴) $\frac{27}{32}$

۱۱۱- کدام یک از تساوی‌های زیر درست است؟

$$\int_0^{\frac{1}{2}} x(1-x)^{n-2} dx = \sum_{x=2}^n \binom{n}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad (۱)$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} x(1-x)^{n-2} dx = \sum_{x=2}^n \binom{n}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (۲)$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} x(1-x)^{n-2} dx = \sum_{x=2}^n \binom{n-2}{x-2} \left(\frac{1}{2}\right)^n \frac{1}{x(x-1)} \quad (۳)$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} x(1-x)^{n-2} dx = \sum_{x=2}^n \binom{n-2}{x-2} \left(\frac{1}{2}\right)^x \frac{1}{x(x-1)} \quad (۴)$$

۱۱۲- فرض کنید $X_1, X_2, \dots$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان $U(0, 1)$ باشد. اگر $G_n = (\prod_{i=1}^n X_i)^{\frac{1}{n}}$ آنگاه

$G_n \xrightarrow{P} c$ مقدار c کدام است؟

(۲) e^{-2}

(۱) e^{-2}

(۴) e^{-1}

(۳) ۱

۱۱۳- فرض کنید (X_1, X_2) دارای تابع احتمال توأم زیر باشد:

$$f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = \frac{2}{k(k+1)}, \quad x_2 = 1, 2, \dots, x_1, \quad x_1 = 1, 2, \dots, k$$

$$= 0 \quad \text{o.w}$$

امید ریاضی شرطی $E(X_1 | X_2 = x_2)$ ، $x_2 = 1, 2, \dots, k$ کدام است؟

(۲) $\frac{k(k+1) - x_2(x_2 - 1)}{2(k+1 - x_2)}$

(۱) $\frac{k(k+1) - x_2(x_2 + 1)}{2(k+1 - x_2)}$

(۴) $\frac{k(k+1) - (x_2 + 1)x_2}{2(k+1 - x_2)}$

(۳) $\frac{k(k+1)}{2(k+1 - x_2)}$

۱۱۴- فرض کنید $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(5)}$ آماره‌های ترتیبی یک نمونه‌ی تصادفی اندازه‌ی ۵ از توزیع نمایی با میانگین یک باشند. $\text{cov}(X_{(2)}, X_{(4)} - X_{(2)})$ کدام است؟

(۲) صفر

(۱) -۱

(۴) ۲

(۳) ۱

۱۱۵- فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان پواسون با پارامتر λ باشند. کدام یک درست است؟

(۲) $P(X \geq Y) \geq \frac{1}{2}$

(۱) $P(X \geq Y) \leq \frac{1}{2}$

(۴) $P(X \geq Y) \leq \frac{1 - e^{-\lambda}}{2}$

(۳) $P(X \geq Y) \geq \frac{1 - e^{-\lambda}}{2}$

۱۱۶- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع نمایی با میانگین یک باشد. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی $Y = X - [X]$ برای $0 < y < 1$ کدام است؟ ($[X]$ = جزء صحیح X)

(۲) $f(y) = 2y$

(۱) $f(y) = \frac{e^{-y}}{1 - e^{-1}}$

(۴) $f(y) = 2y^2$

(۳) $f(y) = \frac{2e^{-2y}}{1 - e^{-2}}$

۱۱۷- فرض کنید (X, Y, Z) دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f(x, y, z) = \frac{3}{4\pi}, \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$$

تابع چگالی احتمال کناری Z برای $|z| < 1$ کدام است؟

$$f_Z(z) = \frac{3}{4} z^2 \quad (2)$$

$$f_Z(z) = \frac{3}{4} z^2 \quad (1)$$

$$f_Z(z) = 1 - z^2 \quad (4)$$

$$f_Z(z) = \frac{3}{4} (1 - z^2) \quad (3)$$

۱۱۸- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر p باشد. X را تعداد مشاهداتی در نظر بگیرید که برابر با X_1 هستند. تابع جرم احتمال X کدام است؟

$$P\{X = j\} = p \binom{n-1}{j} p^j (1-p)^{n-1-j} + (1-p) \binom{n-1}{j} (1-p)^j p^{n-j-1} \quad j = 0, \dots, n-1 \quad (1)$$

$$P\{X = j\} = \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} \quad j = 0, 1, \dots, n \quad (2)$$

$$P\{X = j\} = \binom{n-1}{j-1} [p^j (1-p)^{n-j} + p^{n-j} (1-p)^j] \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

(۴) هیچ کدام

۱۱۹- تابع مولد گشتاور یک متغیر تصادفی به صورت $M_X(t) = 0.1e^t(1 + 2e^t + 3e^{2t} + 4e^{3t})$ است. مقدار

$P(2 \leq X \leq 3)$ کدام است؟

$$0.15 \quad (2)$$

$$0.3 \quad (1)$$

$$1 \quad (4)$$

$$0.7 \quad (3)$$

۱۲۰- فرض کنید $X_n \sim NB(n, p_n)$ و $\lambda_n = n(1-p_n)$. اگر $\lambda_n \rightarrow \lambda$ ، $n \rightarrow \infty$ ، توزیع حدی X_n کدام است؟

$$P(1-\lambda) \quad (2)$$

$$N(0, \lambda) \quad (1)$$

$$N(\lambda, 1) \quad (4)$$

$$P(\lambda) \quad (3)$$

۱۲۱- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f_\theta(x) = a(\theta)b(x) \quad \theta < x < \theta + 1$$

که در آن $a(\bullet)$ تابعی نزولی و مثبت و $b(\bullet)$ تابعی مثبت است. برآوردگر ماکسیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

$$X_{(n)} - 1 \quad (2)$$

$$X_{(1)} \quad (1)$$

$$\alpha X_{(1)} + (1-\alpha)X_{(n)} \quad (4) \quad (0 < \alpha < 1)$$

$$X_{(n)} \quad (3)$$

۱۲۲- فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل و به ترتیب دارای توزیع‌های $N(\theta, 1)$, $N(2\theta, 1)$ باشند. بر اساس تنها یک نمونه از X و یک نمونه از Y برآورد ML پارامتر θ کدام است؟

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \frac{x + 2y}{4} \quad (1) \\ \hat{\theta} &= \frac{2x + y}{4} \quad (2) \\ \hat{\theta} &= \frac{x + 2y}{10} \quad (3) \\ \hat{\theta} &= \frac{2x + y}{10} \quad (4) \end{aligned}$$

۱۲۳- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ متغیرهای تصادفی مستقل و X_i دارای توزیع پواسون با پارامتر مجهول μ ، $\lambda \mu^{i-1} > 0$ ، $i = 1, \dots, n$ باشد. آماره‌ی بسنده و کامل برای زوج (μ, λ) کدام است؟

$$\begin{aligned} (\bar{X}, S^2) \quad (1) & \quad \left(\prod_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n X_i \right) \quad (2) \\ \left(\sum_{i=1}^n iX_i, \sum_{i=1}^n X_i^2 \right) \quad (3) & \quad \left(\sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n iX_i \right) \quad (4) \end{aligned}$$

۱۲۴- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\theta, 1)$ باشد. مقدار $E[(X_1 - \bar{X})^2 | \bar{X}]$ کدام است؟

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \quad (1) & \quad \bar{X} \quad (2) \\ \bar{X}^2 \quad (3) & \quad \frac{n-1}{n} \quad (4) \end{aligned}$$

۱۲۵- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, 1)$ باشد. کارایی نسبی برآوردگر $T_1 = \frac{2}{n(n+1)} \sum_{i=1}^n iX_i$ به

$T_2 = \bar{X}$ کدام است؟

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \frac{n+1}{2n+1} \quad (1) & \quad \frac{2}{3} \frac{n+1}{2n+1} \quad (2) \\ \frac{2}{3} \frac{2n+1}{n+1} \quad (3) & \quad \frac{2}{3} \frac{2n+1}{n+1} \quad (4) \end{aligned}$$

۱۲۶- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال $f_\theta(x) = \frac{2}{\theta^2}(\theta - x)$ ، $0 < x < \theta$ باشد. بر اساس تک مشاهده X .

یک فاصله اطمینان در سطح $1 - \alpha$ برای θ کدام است؟

$$\begin{aligned} \left((1 - \sqrt{1 - \frac{\alpha}{2}})X, (1 - \sqrt{\frac{\alpha}{2}})X \right) \quad (1) & \quad \left(2(1 - \sqrt{1 - \frac{\alpha}{2}})X, 2(1 - \sqrt{\frac{\alpha}{2}})X \right) \quad (2) \\ \left(\frac{X}{1 - \sqrt{\frac{\alpha}{2}}}, \frac{X}{1 - \sqrt{1 - \frac{\alpha}{2}}} \right) \quad (3) & \quad \left(\frac{2X}{1 - \sqrt{\frac{\alpha}{2}}}, \frac{2X}{1 - \sqrt{1 - \frac{\alpha}{2}}} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

۱۲۷- فرض کنید X یک متغیر تصادفی گسسته با تابع احتمال‌های زیر باشد:

x	۱	۲	۳	۴
$f_0(x)$	۰/۶۰	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۱۰
$f_1(x)$	۰/۶۰	۰/۲۳	۰/۱۲	۰/۰۵

برای چه مقادیری از α آزمون به روش نسبت درستنمایی وجود ندارد؟

- (۱) $\alpha > ۰/۲$ (۲) $\alpha > ۰/۳$ (۳) $\alpha > ۰/۴$ (۴) $\alpha > ۰/۷$

۱۲۸- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f_\theta(x) = (1+\theta)x^\theta, \quad 0 < x < 1$$

برای آزمون $H_0: \theta \geq \theta_0$ در مقابل $H_1: \theta < \theta_0$ ناحیه بحرانی پرتوان‌ترین آزمون یکنواخت اندازه‌ی α کدام است؟

- (۱) $\sum_{i=1}^n \ln X_i < \frac{-1}{2(\theta_0+1)} \chi_{\alpha}^2(2n)$ (۲) $\sum_{i=1}^n \ln X_i < -2(\theta_0+1) \chi_{\alpha}^2(2n)$
 (۳) $\sum_{i=1}^n \ln X_i < \frac{-1}{2\theta_0} \chi_{\alpha}^2(2n)$ (۴) $\sum_{i=1}^n \ln X_i < -2\theta_0 \chi_{\alpha}^2(2n)$

۱۲۹- فرض کنید $X_1, X_2, \dots$ متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع از $N(\mu, \mu)$ باشند ($\mu > 0$). برآوردگر سازگار برای μ^2 کدام است؟

- (۱) $\bar{X}^2$ (۲) $\bar{X}S$ (۳) $\bar{X}S^2$ (۴) $\bar{X}^2 S^2$

۱۳۰- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد.

$$f_\lambda(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!(1-e^{-\lambda})}, \quad x=1,2,\dots, \quad \lambda > 0$$

کدامیک از آماره‌ها، برآوردگر نااریب λ است؟ $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$

- (۱) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ (۲) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i u(r - X_i)$
 (۳) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i u(X_i - r)$ (۴) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u(X_i - r)$

۱۳۱- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع احتمال زیر باشد:

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} 2\theta(1-\theta) & x = -1 \\ \theta^x(1-\theta)^{2-x} & x = 0, 1, 2 \end{cases}$$

کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد این توزیع صادق است؟ ($a \neq 0$)

(۱) $h(X) = X$ یک آماره‌ی بسنده و کامل است.

$$h(X) = \begin{cases} a & x = -1 \\ 0 & x = 0, 2 \\ -2a & x = 1 \end{cases} \quad (۲)$$

برآوردگر ناریب صفر است.

(۳) $h(X) = X$ یک آماره‌ی کامل نیست اما کامل کران‌دار است.

$$h(X) = \begin{cases} 0 & x = -1 \\ a & x = 0, 2 \\ -2a & x = 1 \end{cases} \quad (۴)$$

برآوردگر ناریب صفر است.

۱۳۲- اگر $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0, \sigma^2)$ باشد، واریانس برآوردگرهای ناریب به شکل

$$(\bar{X}^2 = \frac{1}{n} \sum X_i^2, \bar{X} = \frac{1}{n} \sum X_i) \quad \delta_{\alpha}(\bar{X}) = n[\alpha \bar{X}^2 + (1-\alpha) \bar{X}]$$

$$\begin{matrix} 2n\sigma^4 & (۲) \\ 2\sigma^4 & (۱) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2n\sigma^4 \left[1 - \frac{n-1}{n} (1-\alpha)^2 \right] & (۴) \\ 2n\sigma^4 (\alpha^2 + (1-\alpha)^2) & (۳) \end{matrix}$$

۱۳۳- فرض کنید $X_1, X_2, \dots$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان $N(\mu, 1)$ باشد. اگر $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

توزیع کدامیک از آماره‌ها $\chi^2_{(1)}$ است؟

$$\frac{n}{n-1} (X_{n+1} - \bar{X}_n)^2 \quad (۱)$$

$$\frac{n}{n-1} (\bar{X}_n - \bar{X}_{n+1})^2 \quad (۴)$$

$$\frac{n}{n+1} (X_1 - \bar{X}_n)^2 \quad (۳)$$

$$\frac{n}{n+1} (\bar{X}_n - \bar{X}_{n+1})^2 \quad (۲)$$

۱۳۴- فرض کنید $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ و $X|Y=y \sim N(y, 1)$. بر اساس یک نمونه تصادفی n تایی از X برآوردگر گشتاوری

$$(S^2 = \frac{1}{n} \sum (X_i - \bar{X})^2, \bar{X} = \frac{1}{n} \sum X_i) \quad \mu \text{ و } \sigma^2 \text{ به ترتیب کدام است؟}$$

$$S^2 - 1 \text{ و } \bar{X} \quad (۱)$$

$$S^2 \text{ و } \bar{X} - 1 \quad (۴)$$

$$S^2 - 1 \text{ و } \bar{X} - 1 \quad (۳)$$

۱۳۵- فرض کنید X یک متغیر تصادفی گسسته با تابع احتمال های زیر باشد:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$f_{\theta=0}(x)$	$0/2$	$0/3$	$0/1$	$0/3$	$0/1$
$f_{\theta=1}(x)$	$0/3$	$0/3$	$0/1$	$0/2$	$0/1$
$f_{\theta=2}(x)$	$0/1$	$0/1$	$0/2$	$0/3$	$0/3$

برای آزمون فرض $H_0: \theta = 0$ در مقابل $H_1: \theta \neq 0$ تابع آزمون به روش نسبت درستنمایی اندازه ی $\alpha = 0/15$ کدام است؟

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = x_3 \\ \frac{1}{2} & x = x_5 \\ 0 & x = x_1, x_2, x_4 \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = x_3 \\ \frac{1}{4} & x = x_1 \\ 0 & x = x_2, x_4, x_5 \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = x_5 \\ \frac{1}{2} & x = x_3 \\ 0 & x = x_1, x_2, x_4 \end{cases} \quad (4)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = x_5 \\ \frac{1}{4} & x = x_1 \\ 0 & x = x_2, x_3, x_4 \end{cases} \quad (3)$$

۱۳۶- فرض کنید $X_1, \dots, X_{100}$ یک نمونه تصادفی 100 تایی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد:

x	-1	0	1
$f_{\theta}(x)$	θ	$1-2\theta$	θ

$0 < \theta < \frac{1}{2}$

اگر N_0 تعداد مشاهدات مساوی صفر و N_1 تعداد مشاهدات مخالف صفر باشد، آنگاه ناحیه بحرانی پرتوان ترین آزمون

اندازه ی $0/05$ برای آزمون فرض $H_0: \theta \leq \frac{1}{4}$ در مقابل $H_1: \theta > \frac{1}{4}$ کدام است؟

$$N_0 \geq 25 \quad (2) \qquad N_0 \leq 25 \quad (1)$$

$$N_0 \geq 50 \quad (4) \qquad N_0 \leq 41 \quad (3)$$

۱۳۷- فرض کنید X دارای توزیع هندسی با پارامتر $p \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ است. بر اساس یک مشاهده ی X برآورد ماکسیمم درستنمایی

پارامتر p کدام است؟

$$\delta(x) = \frac{1}{2} I_{\{2,3,4,\dots\}}(x) + \frac{1}{x} I_{\{1\}}(x) \quad (2)$$

$$\delta(x) = \frac{1}{x} I_{\{2,3,\dots\}}(x) + \frac{1}{2} I_{\{1\}}(x) \quad (1)$$

$$\delta(x) = \frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\delta(x) = \frac{1}{x} \quad (3)$$

۱۳۸- فرض کنید X_1, X_2 متغیرهای تصادفی باشند به طوری که $X_1 \sim B(1, p)$ و $X_2 | X_1 = 1 \sim B(1, p)$

در آن $X_2 | X_1 = 0 \sim B(1, \frac{1}{2})$ که در آن $0 \leq p \leq 1$. آماره‌ی بسنده‌ی مینیمال برای p کدام است؟ $(c_1 \neq c_2 \neq c_3)$

$$T(\underline{x}) = \begin{cases} c_1 & (x_1, x_2) = (0, 0) \text{ یا } (0, 1) \\ c_2 & (x_1, x_2) = (1, 0) \\ c_3 & (x_1, x_2) = (1, 1) \end{cases} \quad (1)$$

$$T(\underline{x}) = \begin{cases} c_1 & (x_1, x_2) = (0, 0) \\ c_2 & (x_1, x_2) = (1, 1) \\ c_3 & (x_1, x_2) = (0, 1) \text{ یا } (1, 0) \end{cases} \quad (2)$$

$$T(\underline{x}) = \begin{cases} c_1 & (x_1, x_2) = (0, 0) \text{ یا } (1, 1) \\ c_2 & (x_1, x_2) = (1, 0) \text{ یا } (0, 1) \end{cases} \quad (3)$$

$$T(\underline{x}) = \begin{cases} c_1 & (x_1, x_2) = (0, 0) \text{ یا } (1, 0) \\ c_2 & (x_1, x_2) = (0, 1) \text{ یا } (1, 1) \end{cases} \quad (4)$$

۱۳۹- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $E(\mu, \sigma)$ با تابع چگالی احتمال زیر باشد.

$$f_{\mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)}{\sigma}}, \quad x \geq \mu$$

UMVUE پارامتر μ کدام است؟

$$X_{(1)} - \frac{1}{n-1} \sum (X_i - X_{(1)}) \quad (1)$$

$$X_{(1)} - \sum (X_i - X_{(1)}) \quad (2)$$

$$X_{(1)} - \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - X_{(1)}) \quad (3)$$

$$X_{(1)} - \frac{1}{n} \sum (X_i - X_{(1)}) \quad (4)$$

۱۴۰- فرض کنید X یک متغیر تصادفی گسسته با تابع احتمال های زیر باشد:

x	۱	۲	۳	۴
$f_0(x)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$
$f_1(x)$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$

برای آزمون $H_0: X \sim f_0$ در مقابل $H_1: X \sim f_1$ کدام یک از تابع آزمون های زیر یک آزمون پرتوان اندازه ی $\alpha = \frac{2}{7}$

نیست؟

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = 1, 3 \\ 0 & x = 2, 4 \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ \frac{1}{4} & x = 3, 4 \\ 0 & x = 2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ \frac{1}{3} & x = 4 \\ 0 & x = 2, 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ \frac{1}{5} & x = 2, 4 \\ 0 & x = 3 \end{cases} \quad (3)$$

۱۴۱- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را در نظر می گیریم. در کدامیک از فضاهای متری زیر $A' = \emptyset$ و $\partial A = \emptyset$ ؟

- (۱) در R با متر گسسته
- (۲) در R با متر قدر مطلق
- (۳) در N با متر قدر مطلق
- (۴) گزینه های ۱ و ۳ صحیح اند.

۱۴۲- فرض کنید برای زیر مجموعه E از R ، $\bar{E}$ و E° به ترتیب بستار و مجموعه نقاط درونی E باشند. کدام گزاره درست است؟

- (۱) درون E^c و درون $\bar{E}$ یکی است.
- (۲) بستار E^c و بستار E° یکی است.
- (۳) بستار E^c ، متمم E° است.
- (۴) اگر E^c بسته باشد هر نقطه آن یک نقطه حدی است.

۱۴۳- مجموعه $K = \{\frac{\pi}{n} \sin \frac{n}{\pi}; n \in N\} \cup \{0\}$ در فضای متری R با متر قدر مطلق:

- (۱) از اجتماع دو مجموعه همبند تشکیل شده است.
- (۲) بسته نیست.
- (۳) مجموعه ای بسته است ولی فشرده نیست.
- (۴) مجموعه ای فشرده است.

۱۴۴- فرض کنید تابع $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ در شرط زیر صدق کند:

$$\forall x, y \in [0, 1]; |f(x) - f(y)| \leq \frac{1}{4} |x - y|$$

در اینصورت کدام گزینه درست نیست؟

- (۱) f بر $[0, 1]$ پیوسته است.
- (۲) f بر $[0, 1]$ دارای مشتق کراندار است.
- (۳) f بر $[0, 1]$ پیوسته یکنواخت است.
- (۴) f یک نقطه ثابت دارد یعنی $\exists c \in [0, 1]; f(c) = c$

۱۴۵- هرگاه f'' روی $\mathbb{R}$ موجود و پیوسته باشد و علاوه $f(0)=1$, $f'(0)=0$, $f''(0)=-1$ در اینصورت برای $a \in \mathbb{R}$ مقدار

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f\left(\frac{a}{\sqrt{x}}\right)\right)^x \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{e^{\frac{a}{2}}} \quad (1)$$

$$\frac{a}{e^{\frac{a}{2}}} \quad (2)$$

$$\frac{a^2}{e^{\frac{a}{2}}} \quad (3)$$

$$-\frac{a^2}{e^{\frac{a}{2}}} \quad (4)$$

۱۴۶- فرض کنید $f: (X_1, d_1) \rightarrow (X_2, d_2)$ تابعی پیوسته و $B \subseteq X_2$ در اینصورت:

$$\overline{f^{-1}(B)} \subseteq f^{-1}(\overline{B}) \quad (1)$$

$$f^{-1}(\overline{B}) \subseteq \overline{f^{-1}(B)} \quad (2)$$

$$(f^{-1}(B))^{\circ} \subseteq f^{-1}(B^{\circ}) \quad (3)$$

(۴) با مفروضات فوق معلوم نیست $f^{-1}(B)$ موجود باشد.

۱۴۷- فرض کنید X یک مجموعه نامتناهی و $d(p, q) = \begin{cases} 1 & p \neq q \\ 0 & p = q \end{cases}$. تمام زیر مجموعه‌های باز، بسته و فشرده (X, d) به ترتیب

عبارتند از:

(۱) تمام زیر مجموعه‌ها، تمام زیر مجموعه‌ها، زیر مجموعه‌های متناهی

(۲) مجموعه‌های تک عضوی، مجموعه‌های تک عضوی، زیر مجموعه‌های متناهی

(۳) مجموعه‌های شمارا، مجموعه‌های تک عضوی، مجموعه‌های متناهی

(۴) مجموعه‌های متناهی، مجموعه‌های شمارا، مجموعه‌های متناهی

۱۴۸- ماکزیمم مطلق تابع $f(x, y) = xy(3 - x - y)$ روی ناحیه بسته R محصور بین محورهای نامنفی مختصات و خط $x + y = 4$ برابر با و مینیمم مطلق آن برابر با

(۱) $\frac{3}{2}$ و -4

(۲) 0 و -3

(۳) 1 و -4

(۴) 1 و 0

۱۴۹- کدام مورد برای تابع $f: R \rightarrow R$ با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in Q \\ x(1-x) & x \notin Q \end{cases}$ درست است؟

(۱) f در نقاط گویا پیوسته است.

(۲) f فقط در صفر پیوسته است و در این نقطه مشتق دارد.

(۳) f در صفر پیوسته است ولیکن در آن نقطه مشتق ندارد.

(۴) f در نقاط اصم پیوسته است.

۱۵۰- در مورد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{\sqrt{x^2 + 2x - 1}}$ چه می توان گفت؟

(۱) همگرا به صفر است.

(۲) همگرا به یک است.

(۳) همگرا به $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ است.

(۴) واگرا است.

۱۵۱- مقدار $\iint_R xy dx dy$ که در آن R ناحیه محصور بوسیله $r = \sin 2\theta$ به ازای $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ است، برابر است با:

(۱) $\frac{2}{15}$

(۲) $\frac{1}{15}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{2}{3}$

۱۵۲- چهار جمله اول ناصفر بسط مک لورن $e^{\sin x}$ عبارت است از:

$$(1) 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{8}x^4$$

$$(2) 1 + x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4$$

$$(3) 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{x^3}{6}$$

$$(4) 1 + x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{x^3}{6}$$

۱۵۳- برای چه مقدار پارامتر m خط $3x = 2y = z$ روی صفحه $mx + y + z = 0$ قرار می گیرد؟

$$(1) -9$$

$$(2) -\frac{9}{2}$$

$$(3) \frac{9}{2}$$

$$(4) 9$$

۱۵۴- معادله منحنی $\begin{cases} x = \cos^2 \theta \\ y = \sin \theta \cos \theta \end{cases}$ در مختصات دکارتی x, y کدام است؟

$$(1) (x - \frac{1}{4})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$$

$$(2) x^2 + (y - \frac{1}{4})^2 = \frac{1}{4}$$

$$(3) (x + \frac{1}{4})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$$

$$(4) (x - \frac{1}{4})^2 + (y - \frac{1}{4})^2 = \frac{1}{4}$$

۱۵۵- هرگاه $\vec{F} = (y-z)\vec{i} + (z-x)\vec{j} + (x-y)\vec{k}$ و C منحنی فصل مشترک کره $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ و سهمی گون به معادله $x^2 + y^2 = 2z$ باشد، مقدار انتگرال $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{R}$ کدام است؟

(۱) -2π

(۲) $-\pi^2$

(۳) π

(۴) $2\pi^2$

۱۵۶- فرض کنید $\vec{F}(x, y, z) = (xyz + \tan^{-1}(yz))\vec{i} + (xy - e^{\sin z})\vec{j} + \frac{1}{x^2 + y^2 + 1}\vec{k}$ و R ناحیه محدود به صفحه‌های $z=0$ و

$z=2$ و استوانه $x^2 + y^2 = 4$ است. سطح S را مرز R تعریف می‌کنیم و در ضمن فرض کنیم سطح S با نرمال روبه خارج جهت‌دار شده است. شار $\vec{F}$ در امتداد S کدام است؟

(۱) $\frac{1}{32\pi}$

(۲) $\frac{1}{\pi}$

(۳) π

(۴) 32π

۱۵۷- تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ مشتق‌پذیر و به ازای هر عدد حقیقی x ، $f(x) + (x-a)f'(x) > 0$ ، در اینصورت معادله $f(x) = 0$:

(۱) ریشه حقیقی ندارد.

(۲) حداقل یک ریشه حقیقی دارد.

(۳) حداکثر دو ریشه حقیقی دارد.

(۴) با اطلاعات فوق در مورد ریشه $f(x) = 0$ قضاوتی نمی‌توان کرد.

۱۵۸- اگر رویه S روی ناحیه $D = \{(u, v) : u^2 + v^2 \leq 1\}$ توسط $\vec{r}(u, v) = (u - v, u + v, uv)$ معرفی شده باشد آنگاه مساحت S برابر است با:

(۱) $\pi(4\sqrt{6} - 8)$

(۲) $\pi(6\sqrt{6} - 8)$

(۳) $\frac{\pi}{3}(6\sqrt{6} - 8)$

(۴) $\frac{\pi}{3}(4\sqrt{6} - 8)$

۱۵۹- اگر $f(x, y) = \frac{3xy^2}{x^2 + y^4}$ آنگاه مقدار $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) ۳

(۴) موجود نیست.

۱۶۰- خط نرمال بر رویه به معادله $3x + y^2 - z^2 = 0$ در نقطه $(3, 0, 2)$ ، رویه مذکور را در کدام نقطه دیگر قطع می کند؟

(۱) $(0, 0, 0)$

(۲) $(3, 0, -2)$

(۳) $(\frac{27}{4}, 0, -\frac{9}{2})$

(۴) $(-\frac{27}{4}, \frac{9}{2}, 0)$