



515

515

D

نام

نام خانوادگی

محل امضاء

صبح جمعه
۹۰/۱۱/۲۸



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد فاپیوسته داخل – سال ۱۳۹۱

مجموعه ریاضی – کد ۱۲۰۸

مدت پاسخگویی: ۳۰۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۳۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	ریاضیات عمومی	۲۰	۳۱	۵۰
۳	معادلات دیفرانسیل	۱۰	۵۱	۶۰
۴	آمار و احتمال	۱۰	۶۱	۷۰
۵	توابع مختلط	۱۰	۷۱	۸۰
۶	جبر (۱)	۱۰	۸۱	۹۰
۷	آنالیز ریاضی (۱)	۱۰	۹۱	۱۰۰
۸	آنالیز ریاضی (۲)	۱۰	۱۰۱	۱۱۰
۹	آنالیز عددی (۱)	۱۰	۱۱۱	۱۲۰
۱۰	جبر خطی	۱۰	۱۲۱	۱۳۰

بهمن ماه سال ۱۳۹۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

PART A: Vocabulary

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- The geology student made a surprising discovery; the volcano believed to be was about to erupt.
1) dormant 2) temporary 3) affable 4) vulnerable
- 2- We waited for the storm to before we left.
1) abase 2) abate 3) abridge 4) abide
- 3- The minister desired the position simply for the associated with it.
1) scope 2) status 3) origin 4) feature
- 4- The researcher made sure to check her measurements multiple times.
1) initial 2) apposite 3) diligent 4) vague
- 5- Denver's impractical plan to build a subway system was in 1970s.
1) surmised 2) scrapped 3) strived 4) scattered
- 6- such as hair color and eye color are inherited genetically from one's parents.
1) Traits 2) Enigmas 3) Omens 4) Dimensions
- 7- The company has \$1000 to the team to get the project started.
1) ascribed 2) bestowed 3) deposited 4) allocated
- 8- After a week the jury had still not reached a
1) status quo 2) suspect 3) verdict 4) sequence
- 9- Heavy rains had the expedition's progress through the north-west of the country.
1) abandoned 2) hindered 3) evaded 4) distressed
- 10- The rattlesnake is the most snake in the Untied States.
1) venomous 2) ancestral 3) haphazard 4) zealous

PART B: Cloze Test

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

The ancient Romans built an extensive and (11) to serve their needs. The Roman road-building era began in 312 BC. The roads provided economic and military access from Rome to distant parts of its far-flung empire. The first road (12) the Appian Way, which led, from Rome to Brundisium (now Brindisi), a port (13) is now southern Italy. The Appian Way was the main route to Greece, and it ran over 560 km (350 mi). A second road, from Rome to Naples, provided the first stage of the route (14) by troops headed to Africa. Roman advances in road-building techniques included preparation of foundation soils and base courses, brick paving , and, (15), provision for adequate drainage.

- 11- 1) roads of durable system 2) system of durable roads
3) durable system of roads 4) durable road of systems
- 12- 1) was constructed 2) constructed was
3) that was constructed 4) was to construct
- 13- 1) in which it 2) in what 3) where is 4) which it is
- 14- 1) used 2) was used 3) be used 4) using
- 15- 1) the more important 2) most importantly
3) the most important 4) most important

PARDAZESH.PUB.COM
PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following two passages and choose the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark it on your answer sheet.

PASSAEG 1:

Given two finite sets, we can always decide whether or not they have the same number of elements, and if not, we can always determine which set has more elements than the other. It is natural to ask whether the same is true of infinite sets. In other words, does it make sense to ask, for example, whether there are more circles in the plane than rational points on the line, or more functions defined in the interval $[0, 1]$ than lines in space? As will soon be apparent, questions of this kind can indeed be answered.

To compare two finite sets A and B, we can count the number of elements in each set and then compare the two numbers, but alternatively, we can try to establish a one-to-one correspondence between (the elements of) A and B, i.e., a correspondence such that each element in A corresponds to one and only one element in B and vice versa. It is clear that a one-to-one correspondence between two finite sets can be set up if and only if the two sets have the same number of elements. For example, to ascertain whether or not the number of students in an assembly is the same as the number of seats in the auditorium, there is no need to count the number of students and the number of seats. We need merely observe whether or not there are empty seats or students with no place to sit down. If the students can all be seated with no empty seats left, i.e., if there is a one-to-one correspondence between the set of students and the set of seats, then two sets obviously have the same number of elements. The important point here is that the first method (counting elements) works only for finite sets, while the second method (setting up a one-to-one correspondence) works for infinite sets as well as for finite sets.

- 16- **A one-to-one correspondence can -----.**
- not be established for infinite sets
 - only be established for discrete functions
 - only be established for continuous functions
 - be used as an alternative to counting elements of sets for comparison
- 17- **Concerning two infinite sets, it is -----.**
- impossible to establish whether one has more elements than the other
 - possible to establish whether one has more elements than the other
 - irrational to ask about their comparative size
 - always appropriate to assume the existence of a one-to-one correspondence between them
- 18- **Consider the following two questions:**
- Are there more circles in the plane than rational points in space?**
 - Are there more functions defined in the interval $[0,1]$ than lines in space?**
- Choose the correct sentence.**
- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) Both questions are meaningful. | 2) Both questions are senseless. |
| 3) (1) makes sense but (2) does not. | 4) (2) makes sense but (1) does not. |
- 19- **A one-to-one correspondence between two sets A and B is established ----- each element in A corresponds to an element in B.**
- when
 - only if
 - if
 - if and only if

- 20- Counting ----- as a means for establishing whether a set A has more elements than a set B.

1) always works 2) never works 3) is inappropriate 4) may not always work

PASSAGE 2:

There is one more problem about the determinant. It is difficult not only to decide on its importance, and its proper place in the theory of linear algebra, but also to decide on its definition. Obviously, $\det A$ will not be some extremely simple function of n^2 variables, otherwise A^{-1} would be much easier to find than it actually is.

The simple things about the determinant are not the explicit formulas by which it can be expressed, but the properties it possesses. This suggests the natural place to begin. The determinant can be (and will be) defined by its three most basic properties. The problem is then to show how, by systematically using these properties to simplify the formulas, the value of the determinant can be computed. This will bring us back to Gaussian elimination, and to the product of the pivots. And the more difficult theoretical problem is to show that whatever the order in which the properties are used, the result is always the same—the defining properties are self-consistent.

The next section lists the defining properties of the determinant, and their most important consequences. Then Section 4.3 gives several possible formulas for the determinant—one is an explicit formula with $n!$ terms, another is a formula “by induction,” and the third is the one involving pivots from which the determinant of a large matrix is actually computed. In Section 4.4 the determinant is applied to find A^{-1} and then to solve for $x = A^{-1} b$; the latter is Cramer’s rule. And finally, in an optional remark on permutations, we prove that the properties are self-consistent, so that there is no ambiguity in the definition.

- 21- The computation of A^{-1} -----.

 - 1) results in explicit formulas for the determinant
 - 2) is difficult because Gaussian elimination cannot be used
 - 3) is possible by means of the determinant
 - 4) is only possible by means of Cramer's rule

22- The determinant -----.

 - 1) has a simple definition expressed by explicit formulas
 - 2) can be computed by means of the pivots in Gaussian elimination
 - 3) is useless in the theory of linear algebra
 - 4) is complicated to compute because Gaussian elimination is a complicated process

23- It is ----- the properties of the determinant are self-consistent.

 - 1) difficult to establish whether
 - 2) easily established that
 - 3) impossible to establish whether
 - 4) inappropriate to ask whether

24- The determinant of a matrix A is not easily at hand because -----.

 - 1) A^{-1} is hard to compute
 - 2) it does not have simple properties
 - 3) simple functions for its definition do not exist
 - 4) the defining properties are not self-consistent

25- Choose the correct sentence.

- 1) The determinant is not useful for solving linear equations.
- 2) The determinant is extremely useful in mathematics.
- 3) The determinant does not have a proper place in the theory of linear algebra.
- 4) Basic properties of the determinant can be used to simplify the explicit formulas for its computation.

In the following 5 questions, select the most appropriate selection.

26- Mathematics is ----- by its so many applications.

- 1) adversely effected
- 2) enriched
- 3) degraded
- 4) merely identified

27- Mathematics shares much in common with many areas in physical sciences, namely, the exploration of the logical ----- of -----.

- 1) proof / axioms
- 2) axioms / choice
- 3) consequences/ assumptions
- 4) theorem / alternatives

28- This is a difficult way to solve the problem. You should think of ----- solution to the problem.

- 1) a proper
- 2) an alternative
- 3) an alarming
- 4) a convoluted

29- You need to give a reason. There is no ----- behind your argument.

- 1) quantity
- 2) logic
- 3) quality
- 4) optimism

30- Students are not attracted to mathematics. We need to make ----- changes to our approach in teaching mathematics.

- 1) affordable
- 2) fundamental
- 3) astonishing
- 4) cosmetic

ریاضیات عمومی

هرگاه $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} x \operatorname{sgn} |\sin(n! \pi x)|$ کدام است؟ -۳۱

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Q} \\ x & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = x \quad (2)$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad (3)$$

$$f(x) = 0 \quad (4)$$

فرض کنید $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع پیوسته باشد و برای هر $x, y \in \mathbb{R}$. $|f(x) - f(y)| \geq \frac{1}{2} |x - y|$ در رابطه -۳۲

صدق کند. آنگاه تابع f :

- (۱) یک به یک و پوشانده است.
- (۲) یک به یک است و پوشانیست.
- (۳) یک به یک نیست و پوشان است.
- (۴) نه یک به یک است و نه پوشان است.

-۳۳ اگر $f : (a, b) \rightarrow [c, d]$ مشتق پذیر و پوشای باشد آنگاه کدام گزینه لزوماً درست است؟

- (۱) f' حداقل یک ریشه دارد.
- (۲) f' حداقل دو ریشه دارد.
- (۳) f' ریشه ندارد.
- (۴) f' دقیقاً دو ریشه دارد.

-۳۴ مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left[\frac{1}{\sqrt{2n+1}} + \frac{1}{\sqrt{2n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n+n}} \right]$ برابر است با:

◦ (۱)

$2(\sqrt{2} - \sqrt{1})$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\sqrt{2} - \sqrt{1}$ (۴)

-۳۵ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{(n^r)}}{((qn)!)^n}$ برابر است با:

◦ (۱)

$\frac{1}{q}$ (۲)

۱ (۳)

$+\infty$ (۴)

-۳۶ فرض کنید $1 > p$ و $\alpha = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ در این صورت مقدار سری $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^p}$ برابر است با:

$\alpha 2^{-p}$ (۱)

$\alpha 2^p$ (۲)

$\alpha(1-2^{-p})$ (۳)

$\alpha(1+2^p)$ (۴)

-۳۷ مجموع سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(3^n)}$ برابر است با:

$\frac{2}{3}$ (۱)

$\ln(\frac{2}{3})$ (۲)

$\ln(\frac{3}{2})$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۴)

-۳۸ فرض کنید f و g بر \mathbb{R} با ضابطه‌های تعریف شوند، در این صورت به ازای هر $x \in \mathbb{R}$

$$f'(x) + g'(x) = \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$f(x) - g(x) = \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$f(x) + g(x) = \frac{\pi}{4} \quad (3)$$

$$f'(x) = 0 \quad (4)$$

-۳۹ سطح محصور توسط دو منحنی $y = \pm \ln x$ و خط $x = e$ حول محور y ها دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل از دوران برابر است با:

$$\frac{\pi}{2}(e^2 - 1) \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2}(e^2 + 1) \quad (2)$$

$$\pi(e^2 - 1) \quad (3)$$

$$\pi(e^2 + 1) \quad (4)$$

-۴۰ برای هر $x \geq 0$ فرض کنید f و g معکوس تابع f باشد. آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$g'' = \frac{-\frac{3}{2}g^{\frac{1}{2}}}{(1+g^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

$$g'' = \frac{\frac{3}{2}g^{\frac{1}{2}}}{1+g^{\frac{1}{2}}} \quad (2)$$

$$g'' = \frac{\frac{3}{2}g^{\frac{1}{2}}}{(1+g)^{\frac{1}{2}}} \quad (3)$$

$$g'' = -\frac{\frac{3}{2}}{1+g^{\frac{1}{2}}}g^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

-۴۱ $\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b \frac{\sin x \cos x}{x} dx$ آنگاه $\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$ اگر

$$\frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad (3)$$

$$\pi \quad (4)$$

هرگاه $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$ برابر است با: $z = x^r + y^r + \arctg \frac{x^r + y^r}{x - y}$ - ۴۲

$$\gamma(x^r + y^r) + \sin(\gamma \arctg \frac{x^r + y^r}{x - y}) \quad (۱)$$

$$\gamma(x^r + y^r) + \sin(\gamma(x^r + y^r)) \quad (۲)$$

$$\gamma(x^r + y^r) + \arctg \frac{x^r + y^r}{x - y} \quad (۳)$$

$$\gamma(x^r + y^r) + \frac{\gamma(x^r + y^r)}{x - y} \quad (۴)$$

- ۴۳ - ماکسیمم و مینیمم مقادیر تابع f با معادله $f(x,y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ کدام است؟

$$\min f = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (۱)$$

$$\max f = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (۲)$$

$$\min f = -\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$\max f = \sqrt{2} \quad (۴)$$

$$\min f = -1 \quad (۵)$$

$$\max f = +1 \quad (۶)$$

هرگاه $w(\alpha, \beta)$ مختصات مرکز احنا منحنی مسطح (c) در نقطه p باشد و ϕ زاویه خط مماس در نقطه p با جهت مثبت محور x ها باشد، کدام یک از روابط زیر درست است؟ - ۴۴

$$\frac{d\beta}{d\alpha} = -\tan \phi \quad (۱)$$

$$\frac{d\beta}{d\alpha} = \cot \phi \quad (۲)$$

$$\frac{d\beta}{d\alpha} = -\cot \phi \quad (۳)$$

$$\frac{d\beta}{d\alpha} = \tan \phi \quad (۴)$$

-۴۵ منحنی با نمایش $r = a(1 - \cos\theta)$ را در نظر می‌گیریم. هرگاه فاصله مبدأ تا خط مماس در نقطه دلخواه p روی منحنی را با q نشان دهیم و فاصله مبدأ تا نقطه p را با r نمایش دهیم، رابطه مستقل از θ بین q و r کدام است؟

$$r^r q^r = 2a \quad (1)$$

$$q^r r^r = 2a \quad (2)$$

$$r^r = 2aq^r \quad (3)$$

$$q^r = 2ar^r \quad (4)$$

-۴۶ مقدار $\int_0^1 \int_y^1 x^{\frac{r}{r}} \cos\left(\frac{\pi y}{2x}\right) dx dy$ کدام است؟

$$\frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{4}{\pi} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

-۴۷ مقدار انتگرال $\iiint_D \frac{x^r + 2y^r}{x^r + 4y^r + z^r} dx dy dz$ که D ناحیه $x^r + y^r + z^r \leq 1$ است کدام است؟

$$\frac{2\pi}{9} \quad (1)$$

$$\frac{4\pi}{9} \quad (2)$$

$$\frac{2\pi}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4\pi}{3} \quad (4)$$

-۴۸ انتگرال سطح $\iint_S \bar{F} \cdot d\bar{s}$ کدام است؟ که در آن $\bar{F} = x^r \bar{i} + y^r \bar{j} + z^r \bar{k}$ و سطح S کره $x^r + y^r + z^r = 1$ است.

$$\frac{12\pi}{5} \quad (1)$$

$$\frac{3\pi}{5} \quad (2)$$

$$\frac{6\pi}{5} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{5} \quad (4)$$

-۴۹ مقدار انتگرال منحنی الخط $\bar{F} = (y - z) \bar{i} + (z - x) \bar{j} + (x - y) \bar{k}$ روی منحنی فصل مشترک کره $x^r + y^r + z^r = 2$ و سهیمی گون $z = x^r + y^r$ در جهت مثبت کدام است؟

$$-2\pi \quad (1)$$

$$-\pi \quad (2)$$

$$\pi \quad (3)$$

$$2\pi \quad (4)$$

-۵۰ شار گذرنده بیرونی میدان $\bar{F}(x,y,z) = (e^{y^2+z^2}, e^{z^2+x^2}, e^{x^2+y^2})$ از سطح نیم کره بالایی $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ چقدر است؟

$$\frac{\pi}{2}(1-e) \quad (1)$$

$$\pi(e-1) \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{2}(e-1) \quad (3)$$

$$\pi(1-e) \quad (4)$$

معادلات دیفرانسیل

-۵۱ معادله دیفرانسیل $t \frac{dy}{dt} + y^2 = 0$ با شرط اولیه $y(1) = 1$ داده شده است. بزرگترین t -فاصله‌ای که آن مسئله مقدار اولیه دارای جواب باشد، کدام است؟

$$(\frac{1}{e}, \infty) \quad (1)$$

$$[\frac{1}{e}, \infty) \quad (2)$$

$$(\frac{1}{e}, \infty) \quad (3)$$

$$(-\infty, \frac{1}{e}) \quad (4)$$

-۵۲ جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y' - x \sin(y) = x e^{-x^2} \cos^2 y$ کدام است؟

$$t \tan y + \alpha e^{x^2} + t e^{-x^2} = 0 \quad (1)$$

$$t \tan y + \alpha e^{x^2} - t e^{-x^2} = 0 \quad (2)$$

$$t \tan y + \alpha e^{x^2} + e^{-x^2} = 0 \quad (3)$$

$$t \tan y + \alpha e^{-x^2} - e^{+x^2} = 0 \quad (4)$$

-۵۳ کدام گزینه می‌تواند جواب معادله زیر باشد؟

$$x^2 y'' + x y' + (x^2 - 1)y = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n-1} \quad (2)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (3)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n-\frac{1}{2}} \quad (4)$$



-۵۴ جواب کامل کدام دستگاه معادلات دیفرانسیل است؟ (که در آن $D = \frac{d}{dt}$).

$$\begin{cases} x = c_1 e^t + c_2 e^{rt} \\ y = c_1 e^t + r c_2 e^{rt} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\alpha D + r) x + D y = 0 \\ r D x + (D + r) y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} (\alpha D - r) x - D y = 0 \\ r D x + (D - r) y = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} (\alpha D - r) x + D y = 0 \\ r D x - (D - r) y = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} (\alpha D + r) x - D y = 0 \\ r D x + (D + r) y = 0 \end{cases} \quad (4)$$

-۵۵ کدام گزینه می‌تواند شکل پیشنهادی یک انتگرال خصوصی (y_p) معادله دیفرانسیل مرتبه سوم

$$y''' + y' = x e^x \cos(x) + r$$

$$y_p = e^x (A \cos x + B \sin x) + Ex \quad (1)$$

$$y_p = e^x [(Ax+B)\cos x + (Cx+D)\sin x] + Ex \quad (2)$$

$$y_p = e^x [(Ax+B)\cos x + (Cx+D)\sin x] \quad (3)$$

$$y_p = e^x (Ax+B)\cos x + Ex \quad (4)$$

-۵۶ معادله‌ای که مقادیر ویژه مسئله مقدار مرزی - اولیه زیر را می‌توان از آن بدست آورد کدام است؟

$$y'' + \lambda y = 0, \quad \lambda > 0$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) + y''(0) = 0$$

$$\tan \sqrt{\lambda} + \lambda = 0 \quad (1)$$

$$\tan \sqrt{\lambda} - \sqrt{\lambda} = 0 \quad (2)$$

$$\sin \sqrt{\lambda} - \lambda \cos \sqrt{\lambda} = 0 \quad (3)$$

$$\tan \sqrt{\lambda} + \sqrt{\lambda} = 0 \quad (4)$$

-۵۷ $x^2 \ln|x|$ و x^2 دو جواب مستقل خطی معادله $y'' + f_1(x)y' + f_2(x)y = 0$ در فاصله I که شامل صفر نیست پیوسته‌اند. ضریب مشتق مرتبه اول در این معادله کدام است؟

(۱) $2x^2$

(۲) $-4x^2$

(۳) $\frac{4}{x^2}$

(۴) $-\frac{2}{x}$

-۵۸ یک کران پائین برای شعاع همگرایی سریهای جواب معادله $y'' + (x^2 + 1)y' + y = 0$ در $I = (-\infty, 1)$ کدام است؟ (فرض کنید R شعاع همگرایی سری‌های جواب باشد.)

(۱) $R \geq 1$

(۲) $R \geq 2$

(۳) $R = 2$

(۴) $R \geq \sqrt{2}$

-۵۹ تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = \sin(t)[H(t) - H(t - \pi)]$ کدام است؟ ($H(t)$ تابع هوی‌ساید است).

$$F(s) = \frac{e^{-s\pi}}{1+s^2} \quad (۱)$$

$$F(s) = \frac{1-e^{-s\pi}}{1+s^2} \quad (۲)$$

$$F(s) = \frac{1+e^{-s\pi}}{1+s^2} \quad (۳)$$

$$F(s) = \frac{e^{s\pi}}{1+s^2} \quad (۴)$$

-۶۰ مقدار $\int_0^t J_0(x) J_0(t-x) dx$ که در آن $J_0(x)$ تابع بسل از مرتبه صفر است، کدام است؟

(۱) $t \sin t$

(۲) $t \cos t$

(۳) $\cos t$

(۴) $\sin t$

515D

-۶۱

دامنه تغییرات داده‌های داخل جعبه در نمودار جعبه‌ای داده‌های زیر کدام است؟

۸, ۷, ۲۱, ۱۹, ۵, ۱۰, ۱۲, ۹, ۱۱, ۱۷, ۱۴, ۱۶, ۲۳, ۲۰, ۱۸

۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۱ (۳)

۱۲ (۴)

-۶۲

یک آزمایش تصادفی دارای N برآمد است که با e_1, e_2, \dots, e_N نشان داده می‌شوند، فرض کنید پیشامد ساده $\{e_{j+1}\}$ احتمالش دوباره احتمال پیشامد ساده $\{e_j\}$ باشد، $A_k = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ باشد، $j=1, 2, \dots, N-1$. اگر $P(A_k)$ مقدار کدام است؟

$$\frac{2^k - 1}{2^N - 1} \quad (1)$$

$$\frac{2^k}{2^N - 1} \quad (2)$$

$$\frac{2^k + 1}{2^N - 1} \quad (3)$$

$$\frac{2^{k-1} + 1}{2^N - 1} \quad (4)$$

-۶۳

فرض کنید N دارای توزیع پواسون با پارامتر λ و $X|N=n$ دارای توزیع $Bin(n, p)$ باشد. مقدار $Var(X)$ کدام است؟

 λp (۱) λq (۲) $\lambda^2 q$ (۳) $\lambda^2 p$ (۴)

-۶۴

فرض کنید میزان بارندگی یک شهر از توزیع نرمال با میانگین 120 میلی‌متر و واریانس 9 پیروی می‌کند. احتمال اینکه سال آینده اولین سالی باشد که بعد از 5 سال متوالی میزان بارندگی بیشتر از 120 میلی‌متر گزارش شود کدام است؟

 $\frac{2}{17}$ (۱) $\frac{1}{32}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{8}$ (۴)

-۶۵ فرض کنید $T = \sum_{i=1}^{100} X_i^2$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0,1)$ باشد. اگر $P(T > 100)$ تقریباً

- کدام است؟
- (۱) صفر
 - (۲) $\frac{1}{2}$
 - (۳) ۰/۹۵
 - (۴) یک

-۶۶ برای مقایسه دو جامعه داده‌های زیر را در اختیار داریم. با فرض نرمال بودن دو جامعه و یکسان بودن واریانسها مقدار آماره آزمون برای برابر بودن میانگین جامعه‌ها کدام است؟

x	۴	۷	۸	۷	۹
y	۵	۴	۸	۶	۷

- $$\sqrt{\frac{6}{5}}$$
- (۱)
- $$\sqrt{\frac{5}{6}}$$
- (۲)
- $$\frac{5}{6}$$
- (۳)
- $$\frac{6}{5}$$
- (۴)

-۶۷ فرض کنید $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان باشند. اگر $X_i \sim N(x_i \theta, 1)$ و $Y_i | X_i = x_i \sim N(0, 1)$ باشند، برآورده‌گر ماکزیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

$$\sum_{i=1}^n X_i Y_i / \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (۱)$$

$$\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) / \sum (X_i - \bar{X})^2 \quad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} X_i Y_i / \sum_{i=1}^{n-1} X_i^2 \quad (۳)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^2 / \sum_{i=1}^n X_i Y_i \quad (۴)$$

-۶۸ فرض کنید براساس یک نمونه تصادفی ۱۰۰ اتایی از دانشجویان آمار در یک دانشگاه ۳۶ نفر پسر باشند. یک فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای نسبت پسران دانشگاهی در رشته آمار کدام است؟

- $$(0, 75, 0, 77) \quad (۱)$$
- $$(0, 27, 0, 45) \quad (۲)$$
- $$(0, 63, 0, 65) \quad (۳)$$
- $$(0, 34, 0, 36) \quad (۴)$$

-۶۹- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$ ، براساس یک نمونه تصادفی ۱۶ تایی خلاصه اطلاعات زیر حاصل شده است. برآورد واریانس $\hat{\beta}$ کدام است؟

$$\bar{x} = 2, \quad \bar{y} = 3, \quad \sum x_i^2 = 73, \quad \sum Y_i^2 = 160, \quad r = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{21} \quad (1)$$

$$\frac{1}{9} \quad (2)$$

$$\frac{5}{42} \quad (3)$$

$$\frac{1}{14} \quad (4)$$

-۷۰- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_{10} یک نمونه تصادفی از $\text{Bin}(1, p)$ باشد و ناحیه بحرانی آزمون $H_0: p = \frac{1}{3}$ در مقابل

$$H_1: p < \frac{1}{3}$$

$C = \left\{ (x_1, \dots, x_{10}) : \sum_{i=1}^{10} x_i \geq c \right\}$ بصورت گزارش شود. اگر $\bar{x} = 9$ باشد. کدام مقدار

(p-value) کدام است؟

$$\frac{12}{2^{10}} \quad (1)$$

$$\frac{10}{2^{10}} \quad (2)$$

$$\frac{11}{2^{10}} \quad (3)$$

$$\frac{9}{2^{10}} \quad (4)$$

-۷۱ ریشه‌های معادله $\sinh(iz) = 1$ برابر است با:

$$n\pi + (-1)^{n+1}i \ln(\sqrt{2}+1) \quad (1)$$

$$n\pi + i \ln(\sqrt{2}+1) \quad (2)$$

$$n\pi - i \ln(\sqrt{2}+1) \quad (3)$$

$$n\pi + (-1)^n i \ln(\sqrt{2}+1) \quad (4)$$

-۷۲ اگر $\int_C \frac{zf'(z)}{f(z)} dz$ (در جهت مثلثاتی) برابر باشد آنگاه مقدار انتگرال $f(z) = z^4 - 2z^3 + z^2 - 12z + 2$ (در جهت مثلثاتی) برابر است با:

(۱)

(۲) $4\pi i$

(۳) $2\pi i$

(۴) πi

-۷۳ تابع $f(z) = z^4 (\sin \frac{1}{z} - \cos \frac{1}{z})$ با ضابطه

(۱) در $z=0$ تکینی برداشتنی دارد.

(۲) در $z=0$ قطب دارد.

(۳) در $z=0$ تکینی اساسی دارد.

(۴) در همسایگی محدود (deleted) صفر کردار دارد.

-۷۴ فرض کنید $D \subset \mathbb{C}$ باز و همبند و $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ روی D باشد. همچنین فرض کنید اعداد

حقیقی a و b و c وجود دارند به طوری که $a^2 + b^2 \neq 0$ و برای هر $z = x + iy \in D$, $au(x,y) + bv(x,y) = c$. آنگاه:

(۱) روی D صفر است.

(۲) روی D یک چند جمله‌ای درجه اول است.

(۳) روی D ثابت است.

(۴) روی D به صورت $f(z) = e^{g(z)}$ است که g تابعی تحلیلی و غیر ثابت است.

-۷۵ مقدار انتگرال $\int_{|z|=1} \sin \bar{z} dz$ (در جهت مثلثاتی) کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $2\pi i$

(۳) $-2\pi i$

(۴) ۱

-۷۶

یک مزدوج همساز برای $u(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2}$ در حوزه $\{0\} - C$ عبارتست از:

$$\frac{x}{x^2+y^2} \quad (1)$$

$$\frac{-x}{x^2+y^2} \quad (2)$$

$$\frac{y}{x^2+y^2} \quad (3)$$

$$\frac{-y}{x^2+y^2} \quad (4)$$

-۷۷

بسط لوران تابع $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$ در حوزه $2 > |z| > 1$ حول مبدأ برابر است با:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{z^{n+1}}\right) z^n \quad (1)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n + 1}{z^{n+1}} \quad (2)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{z^{n+1}}\right) z^n \quad (3)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n - 1}{z^{n+1}} \quad (4)$$

-۷۸

فرض کنید تابع حقیقی f بر R دارای مشتق پیوسته باشد و $F(x+iy) = f(x+y) - if(x-y)$. در این صورت:

(۱) F روی خط $x = y$ مشتق‌پذیر است.

(۲) F روی محور حقیقی مشتق‌پذیر است.

(۳) F روی خط $x = -y$ مشتق‌پذیر است.

(۴) F روی محور موهومی مشتق‌پذیر است.

-۷۹

مقدار انتگرال $\int_0^{2\pi} \sin(\exp^{i\theta}) d\theta$ برابر است با:

$$\frac{2\pi}{\sin(1)} \quad (1)$$

$$2\pi \cos(1) \quad (2)$$

$$\frac{2\pi}{\cos(1)} \quad (3)$$

$$2\pi \sin(1) \quad (4)$$

-۸۰- فرض کنید $f(z) = u + iv$ تابعی تام (همه جا تحلیلی) باشد و همواره $1 < z^2 - u^2$. در این صورت تابع f :

- ۱) یک چند جمله‌ای با درجه حداقل برابر یک است.
- ۲) متناوب است ولی الزاماً ثابت نیست.
- ۳) کراندار نیست.
- ۴) ثابت است.

آخرين اخبار و اطلاعات کارشناسي ارشد در وب سایت مستر تست

-۸۱ بازای هر دو عدد گویای $a, b \in Q$. تعریف می‌کنیم $a * b = \frac{ab}{2^0}$. در این صورت وارون ۷ در این نیم گروه برابر است با:

- $\frac{200}{7}$ (۱)
 $\frac{400}{7}$ (۲)
 $\frac{7}{400}$ (۳)
 $\frac{400}{14}$ (۴)

-۸۲ اگر G یک گروه و H و K زیر مجموعه‌های G و L زیر گروهی از G باشد به طوری که $H \subseteq L$. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

- $HK = KH$ (۱)
 $L = H(L \cap K)$ (۲)
 $L \cap HK = H(L \cap K)$ (۳)
 $H \cap LK = L(H \cap K)$ (۴)

-۸۳ تعداد عناصر مرتبه ۴ در گروه متقارن درجه (S_6) چند است؟

- ۴۵ (۱)
۹۰ (۲)
۱۸۰ (۳)
۳۶۰ (۴)

-۸۴ تعداد عضوهای حلقة $\frac{Z_7[x]}{(x^3+1)}$ برابر است با:

- ۱۲ (۱)
۸ (۲)
۶ (۳)
۴ (۴)

-۸۵ چند گروه آبلی در حد یکریختی از مرتبه ۷۲۰۰ وجود دارد؟

- ۱۲ (۱)
۲۸ (۲)
۱۵۰ (۳)
۲۶۰ (۴)

-۸۶

PardazeshPub.com

$$G = \frac{Q}{Z}$$

- کدام گزاره در مورد گروه خارج قسمتی $G = \frac{Q}{Z}$ (اعداد گویا است) درست نیست؟
- (۱) مرتبهی هر عضو G متناهی است.
 - (۲) به ازای هر عدد صحیح مثبت n دارای زیر گروه منحصر به فردی از مرتبهی n است.
 - (۳) هر زیر گروه متناهی G دوری است.
 - (۴) هر زیر گروه محض G متناهی است.

-۸۷

فرض کنید p و q دو عدد اول متمایز باشند، تعداد هم ریختی‌ها از گروه Z_{p^2} به گروه Z_q برابر است با:

- (۱) 0
- (۲) 1
- (۳) p
- (۴) q

-۸۸

فرض کنید G گروهی از مرتبه ۱۲۵ است. کدام گزینه ممکن است یک زیر گروه نرمال G نباشد؟

- (۱) G'
- (۲) زیر گروه H به طوری که $|G : H| = 5$
- (۳) $G' \cap Z(G)$
- (۴) زیر گروه H به طوری که $|H| = 5$

-۸۹

فرض کنید R حلقه‌ای جابجایی و یکدار با حداقل دو ایده‌آل ماکسیمال متناهی باشد در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) R متناهی است.
- (۲) اشتراک این دو ایده‌آل ماکسیمال صفر است.
- (۳) ضرب این دو ایده‌آل ماکسیمال صفر است.
- (۴) هر کدام از این دو ایده‌آل ماکسیمال پوچتوان هستند.

-۹۰

$R[x]$ حلقه چند جمله‌ایها با ضرایب حقیقی فرض می‌شود. تعداد میدانها با تقریب یکریختی که به شکل $\frac{R[x]}{I}$ هستند و I

ایدآل ماکسیمال $[R[x]]$ است، برابر است با:

- (۱) بینهایت
- (۲) ۱
- (۳) ۴
- (۴) ۲



PardazeshPub.com

-۹۱ اگر $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n + \limsup_{n \rightarrow \infty} a_n = 2(-1)^{n-3[\frac{n}{2}]} + 3(-1)^n$ ، که در آن $[.]$ به معنی جزو صحیح است، مقدار

کدام است؟

(۱) -۴

(۲) ۰

(۳) ۴

(۴) ۶

-۹۲ با فرض $s_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$ و $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $0 < e - s_n < \frac{1}{n!n}$

(۲) $e - s_n > \frac{2}{n!n}$

(۳) $e - s_n = \frac{1}{n!n}$

(۴) $e - s_n \geq \frac{1}{n!n}$

-۹۳ فرض کنید $I = [0, 1]$ و $f_n(x) = \begin{cases} x & x \in \{r_1, \dots, r_n\} \\ x^2 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$ و $\mathbb{Q} = \{r_n : n = 1, 2, \dots\}$ و باشد. مجموعه نقاط پیوستگی f در I کدام است؟

(۱) $\{0, 1\}$

(۲) تهی

 $I \setminus Q^c$

(۴)

-۹۴ \mathbb{R} را با متريک اقليدسي در نظر مي گيريم. اگر $E \subseteq \mathbb{R}$ ناشمارا باشد آنگاه کدام گزينه صحیح است؟(۱) E' ناشماراست.(۲) $E'' = (E')'$ حداکثر شماراست.(۳) $E'' = (E')'$ ناشماراست.

(۴) گزاره های ۱ و ۳ هر دو صحیح هستند.

-۹۵ فرض کنیم A و B دو زیر مجموعه چگال در فضای متريک (X, d) باشند. در اينصورت کدام گزينه صحیح است؟(۱) مجموعه $A \cap B$ در X بسته نیست.(۲) اگر B باز باشد آنگاه $A \cap B$ در X چگال است.(۳) اگر $A \cap B$ در X چگال باشد آنگاه B باز است.

(۴) گزاره های ۱ و ۲ هر دو صحیح هستند.

-۹۶

- در صورتی که C مجموعه کانتور باشد آنگاه کدام گزینه صحیح است؟
- (۱) مجموعه C نقطه درونی ندارد و با \mathbb{R} هم ارزاست.
 - (۲) هر نقطه مجموعه C حدی است.
 - (۳) مجموعه C فشرده است.
 - (۴) هر سه گزینه صحیح‌اند.

-۹۷

- کدام مجموعه شماراست؟ (\mathbb{R} و \mathbb{N} را با متريک اقليدسی در نظر می‌گيريم)
- (۱) $A = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ پيوسته, } f\}$
 - (۲) $A = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N} \text{ ناپيوسته, } f\}$
 - (۳) $A = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N} \text{ پيوسته, } f\}$
 - (۴) $A = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ناپيوسته, } f\}$

-۹۸

- فرض کنید $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ پيوسته باشد و برای هر عدد طبیعی n مجموعه $\{x : f(x) \geq \frac{1}{n}\}$ کراندار باشد. کدام گزینه صحیح است؟
- (۱) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ موجود است اما ممکن است $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ موجود نباشد.
 - (۲) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ موجود است اما ممکن است $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ موجود نباشد.
 - (۳) هر دو حد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ موجود است.
 - (۴) ممکن است هیچ یک از دو حد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ موجود نباشد.

-۹۹

- تابع f با ضابطه $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ را بر بازه $(0, \infty)$ در نظر بگيريد. در اين صورت:
- (۱) توابع f و f' هر دو کراندار هستند.
 - (۲) تابع f یکنواخت پيوسته نیست.
 - (۳) برای هر $a < 0$ ، تحدید f به $[0, a]$ یکنواخت پيوسته است.
 - (۴) به ازای هر $a < 0$ ، تابع f بر بازه $[a, \infty)$ یکنواخت پيوسته نیست.

-۱۰۰

- فرض کنید $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ مشتقپذیر و $x \in \mathbb{R}$ وجود نداشته باشد به طوری که $f(x) = f'(x) = 0$. در اين صورت مجموعه $\{x : 0 \leq x \leq 1, f(x) = 0\}$ متناهی است.
- (۱) نامتناهی است ولی در $[0, 1]$ چگال نیست.
 - (۲) نامتناهی و در $[0, 1]$ بسته است.
 - (۳) نامتناهی و در $[0, 1]$ چگال است.
 - (۴) نامتناهی و در $[0, 1]$ بسته نیست.

-۱۰۱ فرض کنید توابع حقیقی کراندار f و α روی بازة $[a, b]$ مفروض باشند به طوری که α صعودی باشد. در کدام حالت انتگرال ریمان استیلت یس f نسبت به α همواره موجود نیست؟

(۱) α در یک نقطه ناپیوسته باشد.

(۲) f و α هر دو در یک نقطه از راست ناپیوسته باشند.

(۳) f در یک نقطه ناپیوسته باشد.

(۴) f و α هر دو در یک نقطه ناپیوسته باشند.

-۱۰۲ فرض کنید $\int_a^b f d\alpha$ انتگرال ریمان استیلت یس بالایی f نسبت به α باشد. مقدار این انتگرال بالایی برای

$b = 10$, $a = 0$ و $f(x) = \alpha(x) = [x]$ چقدر است؟

۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

۴۵ (۳)

۵۵ (۴)

-۱۰۳ کدام گزاره نادرست است؟

(۱) $f(x) = e^{\sin x}$ نسبت به $\alpha(x) = -\cos x$ بر $[\pi, 0]$ انتگرال ریمان استیلت یس دارد.

(۲) $\alpha(x) = \begin{cases} 0 & -2 \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ نسبت به $f(x) = \sin x + [x]$ بر $[-2, 2]$ انتگرال ریمان استیلت یس دارد.

(۳) $f(x) = \sin x$ بر $[\pi, 0]$ نسبت به $\alpha(x) = \sin x$ انتگرال ریمان استیلت یس دارد.

(۴) $\alpha(x) = \begin{cases} 0 & -\frac{2}{3} < x \leq 0 \\ 1 & 0 < x \leq \frac{2}{3} \end{cases}$ نسبت به $f(x) = \sin^2 x + [x]$ بر $[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}]$ انتگرال ریمان استیلت یس دارد.

-۱۰۴ فرض کنید $\{f_n : n \in \mathbb{N}\}$ تابع f با ضابطه $A = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ در این صورت تابع f بر $: [0, 1]$

(۱) انتگرال پذیر ریمان و با تغییر کران دار است.

(۲) با تغییر کران دار نیست و بر $[0, 1]$ انتگرال ریمان ندارد.

(۳) با تغییر کران دار است ولی انتگرال پذیر ریمان نیست.

(۴) با تغییر کران دار نیست ولی انتگرال پذیر ریمان است.

-۱۰۵ فرض کنید بر بازة $[0, 1]$. $f_n(x) = nx^n$. دنباله توابع $\{f_n\}$ دارای کدام خاصیت است؟

(۱) در $(0, 1)$ همگرای نقطهوار است.

(۲) روی $(0, 1)$ همگرای یکتواخت است.

(۳) در $[0, 1]$ همگرای نقطهوار است.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x) dx = \int_0^1 \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) dx$$

- ۱۰۶ فرض کنید $\{f_n\}$ یک دنباله از توابع باشد که بر بازه $[a, b]$ به تابع f همگرای یکنواخت است. کدام گزاره نادرست است؟

- (۱) اگر f_n ها پیوسته باشند آنگاه f نیز پیوسته است.
- (۲) اگر f_n ها بر $[a, b]$ انتگرال پذیر ریمان باشند آنگاه f نیز بر $[a, b]$ انتگرال پذیر ریمان است.
- (۳) اگر از مرتبه‌ای به بعد f_n ها کراندار باشند آنگاه f نیز کراندار است.
- (۴) اگر f_n ها بر $[a, b]$ مشتق‌پذیر باشند آنگاه f نیز بر $[a, b]$ مشتق‌پذیر است و $\{f'_n\}$ به تابع $'f$ بر $[a, b]$ همگرای یکنواخت است.

$$\text{تابع } f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x^n}{n!} \right)^2 \quad - ۱۰۷$$

- (۱) فقط روی $[-1, 1]$ پیوسته است.
- (۲) فقط روی $(-1, 1)$ پیوسته است.
- (۳) روی \mathbb{R} پیوسته است.
- (۴) فقط در $x = 0$ پیوسته است.

- ۱۰۸ فرض کنید سری‌های $S = (-r, r)$ همگرا باشند، که $r > 0$ و E را مجموعه نقاط x در

- بگیرید که دوسری فوق در آن نقاط برابر باشند. ضعیف‌ترین شرط برای آنکه الزاماً تساوی $a_n = b_n$ برای هر $n \geq 1$ برقرار باشد، کدام است؟
- (۱) E متناهی باشد.
 - (۲) E ناشمارا باشد.
 - (۳) E فشرده باشد.
 - (۴) E شماری نامتناهی باشد.

- ۱۰۹ فرض کنید توابع f و g با ضابطه‌های

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad g(x) = [x^2] + 1 \quad \text{تعريف شده‌اند. در این صورت:}$$

(۱) تابع $f+g$ بر بازه $[0, 1]$ با تغییر کران دار است.

(۲) تابع fg بر $[0, 1]$ با تغییر کران دار نیست.

(۳) تابع f بر بازه $[0, 1]$ با تغییر کران دار است ولی $\frac{f}{g}$ بر این بازه با تغییر کران دار نیست.

(۴) هیچ یک از توابع f و g بر $[0, 1]$ با تغییر کران دار نیستند.

- ۱۱۰ برای هر تابع با تغییر کران دار f بر $[0, 1]$ تعريف می‌کنیم $\alpha(f) = |f(0)| + v_f [0, 1]$. که v_f تغییر کل تابع f بر $[0, 1]$ است. اگر $\beta(f) = \sup\{|f(x)| : x \in [0, 1]\}$ درست است؟

$$\beta(fg) \leq \beta(f)\alpha(g) - \beta(g)\alpha(f) \quad (۱)$$

$$\alpha(fg) = \beta(f)\alpha(g) + \alpha(f)\beta(g) \quad (۲)$$

$$\beta(f) \geq \alpha(f) \quad (۳)$$

$$\beta(f) \leq \alpha(f) \quad (۴)$$

-111 فرض کنید $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$ در فاصله‌های متساوی الفاصله به طول h در بازه $[1, 2]$ جدول‌بندی شده است. مقدار h

چقدر باشد تا قدر مطلق خطای ناشی از درونیابی خطی بین هر دو نقطه مجاور از 10^{-4} کمتر شود؟

۰/۰۲ (۱)

۰/۲ (۲)

۰/۰۳ (۳)

۰/۳ (۴)

-112 تابع جدولی زیر مفروض است:

x_i	۰	$\frac{1}{2}$	۱	۲	۳
f_i	۱	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

مقدار تقریبی $\int_0^3 f(x)dx$ با روش سیمسون مرکب کدام است؟

$\frac{17}{12}$ (۱)

$\frac{15}{8}$ (۲)

$\frac{25}{18}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۴)

-113 در فرمول انتگرال‌گیری عددی $\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx \approx \alpha f(x_1)$ ، مقادیر α و x_1 را چقدر باشند تا روش تقریبی دارای بالاترین

درجه دقت برای چند جمله‌ای‌ها باشد، و درجه دقت k مربوط به بالاترین درجه کدام است؟

$$k = 2 \quad , \quad x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad \alpha = 1 \quad (1)$$

$$k = 2 \quad , \quad x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad \alpha = 2 \quad (2)$$

$$k = 1 \quad , \quad x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad , \quad \alpha = 1 \quad (3)$$

$$k = 1 \quad , \quad x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad , \quad \alpha = 2 \quad (4)$$

- ۱۱۴ برای معادله $y' = 2y$ با شرط اولیه $y_0 = y_0$ ، روش رانگه-کوتای مرتبه ۲ را با طول گام h به کار می‌بریم. مقدار y_n .

جواب تقریبی معادله در نقطه $x_n = x_0 + nh$ کدام است؟

$$y_n = (h^2 + 2h)^n y_0 \quad (1)$$

$$y_n = (h^2 + 2h + 1)^n y_0 \quad (2)$$

$$y_n = (2h^2 + h + 1)^n y_0 \quad (3)$$

$$y_n = (2h^2 + 2h + 1)^n y_0 \quad (4)$$

- ۱۱۵ فرض کنید دنباله حاصل از روش تکراری $f(x) = x^2 - a > 0$ ، $x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 2ax_n}{x_n^2 + a}$ باشد.

بیشترین مرتبه همگرایی روش چقدر است؟

۳ (۱)

۲ (۲)

۱ (۳)

۴ حداقل ۲

- ۱۱۶ فرض کنید α دقیقاً ریشه مرتبه سوم معادله $f(x) = 0$ باشد. در این صورت، مقدار عبارت وقتی

$\{x_n\}$ دنباله حاصل از روش نیوتن باشد، کدام است؟

۰ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۳)

۱ (۴)

- ۱۱۷ فرض کنید Δ عملگر تفاضل پیشرو باشد. در این صورت، $\Delta[f(x)g(x)]$ برابر است با:

$$f(x).\Delta g(x) + \Delta f(x).g(x+h) \quad (1)$$

$$f(x).\Delta g(x) + f(x).\Delta g(x+h) \quad (2)$$

$$f(x).\Delta g(x) - \Delta f(x).g(x+h) \quad (3)$$

$$f(x).\Delta g(x) - f(x).\Delta g(x+h) \quad (4)$$

-۱۱۸- تابع جدولی زیر را در نظر بگیرید. مقدار تقریبی $f(-1/5)$ با استفاده از چند جمله‌ای درونیاب درجه دوم برابر است با:

x_i	-۲	-۱	۰	۱
f_i	۱	۰	۲	-۱

- $\frac{1}{4}$ (۱)
 $\frac{3}{4}$ (۲)
 $\frac{1}{8}$ (۳)
 $\frac{3}{8}$ (۴)

$$f(x) = x^{n+1} \quad S_n = x_0 x_1 \dots x_n \quad S_3 = \sum_{\substack{i,j,k=0 \\ i \neq j \neq k}}^n x_i x_j x_k \quad S_2 = \sum_{\substack{i,j=0 \\ i \neq j}}^n x_i x_j \quad S_1 = \sum_{i=0}^n x_i \quad \text{اگر } -119$$

نقاط x_0, x_1, \dots, x_n درونیابی کنیم، آنگاه ضریب x^{n-1} در تابع درونیاب برابر است با:

- S_1 (۱)
 S_1 (۲)
- S_2 (۳)
 S_2 (۴)

-۱۲۰- برای محاسبه $\cos x - 1$ در نزدیکی صفر از چه عبارتی استفاده می‌کنید؟

- \circ (۱)
 $\frac{x}{2} - \frac{x^3}{2}$ (۲)
 $x^3 - \frac{x^5}{2}$ (۳)
 $\frac{\sin^5 x}{1 + \cos x}$ (۴)

-۱۲۱ فرض کنید A ماتریسی مربعی روی میدان Z_7 باشد به طوری که چند جمله‌ای مشخصه آن $(x+3)^5(x-2)^6$ است در این صورت $\text{tr}(A)$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۴
- (۳) ۲
- (۴) ۶

-۱۲۲ فرض کنید $A \in M_n(R)$ و $A = A^T$. اگر $X, Y \in R^n$ بردارهای ویژه A باشند به طوری که $AX = 2X$ و $AY = 3Y$ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $\text{tr}(A) > 0$
- (۲) یک مقدار ویژه A است.
- (۳) ضرب داخلی X و Y صفر است.
- (۴) Y و X مستقل خطی‌اند.

-۱۲۳ در صفحه، S تبدیل تقارن نسبت به محور x و T تبدیل تقارن نسبت به نیمساز ربع دوم و چهارم فرض می‌شود. ماتریس تبدیل ST نسبت به پایه استاندارد کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

-۱۲۴ فرض کنید V یک فضای برداری 10 بعدی و $f: V \rightarrow V$ یک تبدیل خطی باشد به نحوی که $W_1 \cap W_2 = \text{Ker } f$ که در آن W_1 و W_2 دو اپر صفحه متمایز V هستند. در این صورت کدام یک صحیح است؟

$$(1) V = f(W_1) + f(W_2)$$

- (۲) هر پایه $\text{ker } f$ را می‌توان با افزودن یک بردار مناسب به پایه‌ای برای V تبدیل کرد.
- (۳) $f(V)$ یک اپر صفحه V است.
- (۴) $f(W_1)$ و $f(W_2)$ اپر صفحه‌های (V) هستند.

-۱۲۵ تبدیل خطی $T(f(x)) = f(x-2)$ از فضای چند جمله‌ای‌های حداکثر از درجه ۳ به خودش را در نظر بگیرید. بردارهای ویژه T کدام است؟

- (۱) چند جمله‌ای‌های ناصرف با درجه حداکثر ۲
- (۲) چند جمله‌ای‌های ناصرف با درجه حداکثر ۱
- (۳) چند جمله‌ای‌های ثابت ناصرف
- (۴) چند جمله‌ای‌های ناصرف با درجه حداکثر ۳

-۱۲۶ فرض کنید V فضای برداری ماتریس‌های 2×2 با درایه‌های حقیقی باشد. در این صورت بعد تصویر تبدیل خطی

$$T(A) = A \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} A \quad T: V \rightarrow V$$

- (۱)
- (۲)
- (۳)
- (۴)

- ۱۲۷ فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$A^5 - 2A^3 + 2A^2 + I$$

(۱) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

(۲) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

(۱) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

(۲) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

- ۱۲۸ اگر A ماتریس 4×4 با مقادیر ویژه $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{2}$ باشد در این صورت $\text{tr}(I + A^T)^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{75}{60}$

(۲) $\frac{77}{60}$

(۳) ۱۶

(۴) ۱۴

- ۱۲۹ فرض کنید $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ یک تبدیل خطی با فضابطه $T(x,y) = (2x+3y, x-y)$ است. اگر یک پایه مرتب برای \mathbb{R}^2 باشد، ماتریس تبدیل خطی T^{-1} نسبت به این پایه کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & -1 \\ -\frac{1}{5} & 0 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} -1 & -5 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

- ۱۳۰ چند جمله‌ای مینیمال ماتریس حقیقی A عبارتست از $x^3 + 3x^2 + 4x$. در این صورت به عنوان یک تبدیل خطی روی \mathbb{R}^n :

(۱) A یک زیر فضای یک بعدی را ثابت نگه می‌دارد.

(۲) مجموع مقادیر ویژه حقیقی A مساوی صفر است.

(۳) A فقط بردار صفر را ثابت نگه می‌دارد.

(۴) مجموع مقادیر ویژه A برابر ۴ است.