



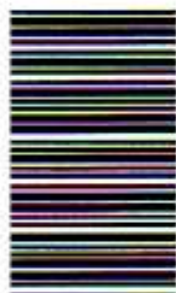
210

B

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



210B

عصر چهارشنبه
۹۱/۱۱/۱۸



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۳۹۲

مجموعه آمار - کد ۱۲۰۷

مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۶۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	علوم اقتصادی و اجتماعی	۲۰	۳۱	۵۰
۳	آمار کاربردی (روش های آماری - رگرسیون - نمونه گیری)	۴۵	۵۱	۹۵
۴	آمار نظری (احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ و ۲)	۴۵	۹۶	۱۴۰
۵	ریاضی (ریاضی عمومی - آنالیز ریاضی ۱)	۲۰	۱۴۱	۱۶۰

پهمن ماه سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.





Part A: Vocabulary

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- I was confused when reading the student's paper because it lacked ----- . First she told about a trip to a farm, and then she described her math test, and her topic was supposed to be about a favorite building.
1) persistence 2) coherence 3) equivalence 4) inference
- 2- If you are here in the autumn, you will also see that the oak is losing its leaves. Most oak trees are ----- , meaning they lose their leaves in the fall.
1) deciduous 2) symbiotic 3) immutable 4) asymmetrical
- 3- When I went to visit, Marsha's greeting was ----- . A few people had told me that she was often cold and unfriendly, but I did not find her so.
1) cordial 2) inevitable 3) ravenous 4) gloomy
- 4- One area that greetings illuminate is ----- . For example, which person says "hello" first and how someone is greeted can be part of the stratification system in a society.
1) awe 2) demise 3) deterrence 4) status
- 5- Welfare workers were sternly ----- by the court for ignoring the woman's plea for help.
1) transmuted 2) coerced 3) rebuked 4) enforced
- 6- Kate shouldn't have any problem finding a job with her ----- of skills.
1) attachment 2) repertoire 3) initiation 4) expertise
- 7- To ----- the boredom that had set into my life, I decided to live on a farm for a year.
1) fluctuate 2) elicit 3) distract 4) alleviate
- 8- We should ----- our nation's teachers because they have much of the responsibility for educating the future.
1) verbalize 2) vindicate 3) venerated 4) verify
- 9- Twins, being of ----- ages, are usually even better matched on environmental variables during upbringing than are siblings.
1) identical 2) volatile 3) adjacent 4) consistent
- 10- The great strength of 123 For Windows is its ----- with all the earlier versions of the product.
1) disparity 2) neutrality 3) compatibility 4) clarity

Part B: Cloze Test

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

In a fundamental discovery made in 1954, James Olds and Peter Milner found that stimulation of certain regions of the brain of the rat acted as a reward in teaching the animals to run mazes and solve problems. The conclusion from such experiments (11) ----- stimulation gives the animals pleasure. The discovery has also been confirmed in humans. These regions are called pleasure or reward centers. One important centre is in the septal region, (12) ----- are reward centers in the hypothalamus and in the temporal lobes of the cerebral hemispheres (13) ----- . When the septal region is stimulated in conscious patients (14) ----- neurosurgery, there are feelings of pleasure, optimism, euphoria, and happiness.

Regions of the brain also clearly cause rats distress when electrically stimulated; these are called aversive centers. (15) ----- , the existence of an aversive centre is less certain than that of a reward centre.

- | | | | |
|------------------------|---------------|----------------|----------------------|
| 11- 1) is | 2) are the | 3) is that | 4) whose |
| 12- 1) where | 2) where they | 3) in which | 4) and there |
| 13- 1) as well | 2) either | 3) also are | 4) are too |
| 14- 1) to be undergone | 2) undergoing | 3) undergo | 4) have undergone |
| 15- 1) Otherwise | 2) However | 3) Even though | 4) By the same token |





PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

IMS Fellow George Casella passed away on June 17, aged 61, after a nine-year battle with multiple myeloma. George was born in Bronx, NY, where he attended the Bronx High School of Science. He received his BA in Math from Fordham and his MS and PhD in Statistics from Purdue University. In a distinguished career as a teacher, mentor and researcher at Rutgers, Cornell and the University of Florida, George mentored 48 MS and PhD students, published over 200 articles in peer reviewed journals, and co-authored nine textbooks. He served as editor of *Statistical Science*, *JASA*, and *JRSS(B)*. George was a Fellow of IMS, ASA, the Spanish Royal Academy of Sciences and the American Association for the Advancement for Science, and an elected member of ISI.

An obituary is being prepared and will appear in a future issue

- 16- **When did Casella die?**
 1) On June 17 2) When he was old 3) When he was sick 4) When he was young
- 17- **Where did he receive his PhD from?**
 1) Harvard 2) Paris 3) Purdue 4) Michigan
- 18- **How many articles did he publish?**
 1) About 9 2) About 48 3) more than 200 4) Fewer than 200
- 19- **"Obituary" means?**
 1) Objective 2) Forgetfulness 3) A report 4) A report of death
- 20- **What was Casella's job?**
 1) He was a merchant. 2) He was an engineer.
 3) He was a statistician. 4) He was a reseaches.

This article documents modern software issues in estimating the three-parameter Weibull distribution using maximum likelihood estimation. It shows that considerable variability exists in results reported by different statistical packages. These differences may be critical for those who would use the three parameter Weibull.

As mentioned earlier, maximum likelihood is not the only procedure available when estimating population parameters. For difficult estimation problems, especially for non-large sample sizes, alternative methods may be worth investigating.

- 21- **What does "To document" mean?**
 1) To do research 2) To summarize data
 3) To have a logical letter 4) To write some related facts
- 22- **What are the software issues about?**
 1) About moment estimate 2) About the Weibull distribution
 3) About ML estimate 4) About statistics
- 23- **The article is about a distribution with -----**
 1) three parameters 2) many parameters 3) two parameters 4) no parameters
- 24- **Which one is correct?**
 1) Weibull's estimate 2) The Weibull's estimate
 3) Estimate of Weibull 4) Estimate of Weibull's
- 25- **"Procedure" means ----- .**
 1) plan 2) proof 3) the correct way 4) improvement





A growing number of people need to be able to analyze data and reason quantitatively—in short, to understand statistics. A significant fraction of those people, however, are held back from doing so by a barrier of mathematics. A number of textbooks have made worthy efforts to reach this audience by attempting to explain statistical ideas with a minimal use of equations. Of particular note is the groundbreaking *Statistics* (Freedman, Pisani, and Purves 1978), which states: "Mathematical notation only seems to confuse things for many people, so this book relies on words, charts, and tables; there are hardly any x's or y's."

- 26- what does "To analyze data" mean?
 1) To understand a theory
 2) To reason mathematically
 3) To understand statistics
 4) To solve a problem
- 27- A groundbreaking book is a book with ----- .
 1) hard theorems
 2) tough formulas
 3) new methods and ideas
 4) pictures about the earth
- 28- Who wrote a simple book in statistics in 1978?
 1) Three persons
 2) A student
 3) A teacher
 4) A mathematician
- 29- Advanced formulas ----- .
 1) are needed for ideas
 2) simplify the ideas
 3) confuse the ideas
 4) help a lot
- 30- "To rely" means ----- .
 1) to relate
 2) to report
 3) to depend
 4) to reason

علوم اقتصادی و اجتماعی

- ۳۱- کدام یک از کالاهای زیر می تواند هم کالای مصرفی و هم سرمایه ای تلقی شود؟
 (۱) توربین
 (۲) دستگاه آبیرو گیری
 (۳) خرمکوب
 (۴) لباس
- ۳۲- توابع تقاضا و هزینه یک انحصارگر به ترتیب زیر است:

$$P = 100 - 4q$$

$$C = 50 + 20q$$
 که P قیمت کالا، q مقدار کالا و C هزینه است. تولید این انحصارگر با هدف حداکثر سود برابر است با چند واحد؟
 (۱) ۵
 (۲) ۸
 (۳) ۱۰
 (۴) ۲۰
- ۳۳- اگر با حراج یک کالا به قیمت ارزانتر، عواید حاصل از فروش کل آن کالا، افزایش یابد، به این معنی است که ضریب کشش قیمتی تقاضای کالا:
 (۱) صفر است.
 (۲) کوچکتر از یک است.
 (۳) بزرگتر از واحد است.
 (۴) بی نهایت است.
- ۳۴- برای تابع تولید بصورت $q = K + 2L$ که در آن q تولید کالا و K سرمایه و L نیروی کار است، نرخ نهایی جانشینی فنی برابر است با:
 (۱) $\frac{1}{2}L$
 (۲) $\frac{1}{2}K$
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) ۲





۳۵- بازار کالای X رقابتی است و توابع عرضه و تقاضای آن بصورت زیر است:

$$P = 300 - X$$

$$P = 60 + 2X$$

مقدار و قیمت کالای X در شرایط تعادل برابر است با:

(۱) $X = 70$ و $P = 230$

(۲) $X = 80$ و $P = 220$

(۳) $X = 75$ و $P = 225$

(۴) $X = 90$ و $P = 210$

۳۶- چنانچه جدول زیر برای اقتصادی برقرار باشد،

مصرف	درآمد
۱۰۰۰	۱۰۰۰
۱۴۰۰	۱۵۰۰
۱۸۰۰	۲۰۰۰

میل نهایی به پس انداز در این جامعه برابر است با:

(۱) $\frac{2}{10}$

(۲) $\frac{3}{10}$

(۳) $\frac{4}{10}$

(۴) $\frac{5}{10}$

۳۷- اگر میل نهایی به مصرف ۷۵ باشد، و مخارج دولت و مالیات‌ها به میزان ۱۰۰ واحد افزایش یابند، درآمد تعادلی (در

شرایطی که مالیات‌ها مستقل از درآمد هستند):

(۱) به میزان ۱۰۰ واحد افزایش می‌یابد.

(۲) به میزان ۴۰۰ واحد افزایش می‌یابد.

(۳) به میزان ۷۵ واحد افزایش می‌یابد.

(۴) تغییری نمی‌کند.

۳۸- با تابع هزینه کل $TC = 5Q^2 - 2Q^3 + 7Q + (15)^2$ ، تابع هزینه متوسط متغیر کدام است؟

(۱) $y = \frac{(15)^2}{Q}$

(۲) $y = 5Q^2 - 2Q + 7 + \frac{(15)^2}{Q}$

(۳) $y = 15Q^2 - 4Q + 7$

(۴) $y = 5Q^2 - 2Q + 7$

۳۹- با افزایش نرخ مرجع دلار برای واردات مواد اولیه صنایع اتومبیل‌سازی، با ثبات سایر عوامل، منحنی عرضه اتومبیل چه تغییری

می‌کند؟

(۱) انتقال به سمت چپ

(۲) عمود بر محور X‌ها

(۳) تغییر مکان به سمت راست

(۴) نزولی

۴۰- اگر درآمد ملی ۲۵۷ واحد پولی و نرخ تورم ۱۹ درصد باشد، درآمد واقعی چه قدر است؟

(۱) ۲۳۸

(۲) ۲۵۷

(۳) ۳۰۰

(۴) ۳۳۸





۳			
		۳	۱
۲		۲	۱
	۳	۳	۲
۱		۱۵	۱۱
	۴۱	۴۰	۳۹
	۱۰۰۰	۱۰۵۰	۱۰۰۰
	۱۳۸۰	۱۳۸۱	۱۳۸۲

با توجه به دیاگرام لگزیس به سوالات ۴۱ و ۴۲ پاسخ دهید:
۴۱- میزان تعدیل شده مرگ نوزادان در سال ۱۳۸۱ برابر است با:

- (۱) ۴۷٫۴
(۲) ۴۸٫۰۷
(۳) ۵۴٫۲
(۴) ۵۷

- ۴۲- با توجه به جدول فوق، از متولدین سال ۱۳۸۰ چند نفر در آغاز سال ۱۳۸۲ در قید حیات بوده‌اند؟
(۱) ۸۸۲ (۲) ۹۱۹ (۳) ۹۴۳ (۴) ۹۴۶
- ۴۳- براساس داده‌های سال ۲۰۱۲، درصد سهم جمعیت ستین زیر ۱۵ سال و بالاتر از ۶۵ سال به ترتیب در ۳ کشور به قرار زیر است:
اکوادور (۳۰ - ۶)، برزیل (۲۴ - ۷)، ژاپن (۱۳ - ۲۴). کدام کشورها در مرحله «باز بودن پنجره جمعیت» قرار دارند؟
(۱) اکوادور (۲) اکوادور و برزیل (۳) برزیل (۴) ژاپن
- ۴۴- در نظریه‌های جمعیت شناختی منظور از «نیروی محرکه جمعیت» کدام است؟
(۱) اشاره به نقش نهادهای فرهنگی و رسانه‌ها در جهت دادن به رفتار و حرکت‌های اجتماعی است.
(۲) اشاره به نرخ‌های بالای مولد است که رشد شتابان جمعیت را در پی دارد.
(۳) اشاره به حرکت و جابه‌جایی جمعیت و تأثیر مهاجرت‌های فزاینده بر ویژگی‌های جامعه مبدأ و مقصد است.
(۴) اشاره به دورهای از گذار جمعیتی است که علی‌رغم کاهش باروری تا سطح جانشینی، به واسطه اثر ساختار سنی، تا چند دهه افزایش جمعیت تداوم می‌یابد.
- ۴۵- امید زندگی بدو تولد در کشور اوگاندا برای سال ۲۰۱۲ برابر با ۴۸ سال اعلام شده است. با توجه به مقدار این شاخص می‌توان نتیجه گرفت که میانگین سنی فوت شدگان این کشور در قیاس با میانه سنی فوت شدگان:
(۱) پایین‌تر است. (۲) بالاتر است.
(۳) خیلی به هم نزدیک‌اند. (۴) نیاز به اطلاعات بیشتری دارد.
- ۴۶- مرحله اول گذار جمعیتی ایران چه زمانی آغاز شده است؟
(۱) در فاصله بین دو جنگ جهانی (۲) سالهای اولیه پس از انقلاب
(۳) هم زمان با اصلاحات ارضی دهه ۱۳۴۰ (۴) هم زمان با افزایش قیمت نفت دهه ۱۳۵۰
- ۴۷- در سرشماری هزینه کل و هزینه سرانه در قیاس با آمارگیری نمونه‌ای به ترتیب است.
(۱) کمتر و کمتر (۲) کمتر و بیشتر (۳) بیشتر و کمتر (۴) بیشتر و بیشتر
- ۴۸- در یک جمعیت متوقف یا ساکن (Stationary) کدام عبارت صحیح است؟
(۱) میزان عمومی مولد برابر با عکس مقدار امید زندگی بدو تولد است.
(۲) تعداد جمعیت در گروه‌های سنی در طول زمان تغییر می‌کند اما سهم آنها از کل جمعیت همواره ثابت است.
(۳) تفاوت میزان عمومی مرگ و میر و میزان عمومی مولد تابعی از ساختار سنی این جمعیت است.
(۴) سهم جمعیت هر گروه سنی از کل جمعیت ساکن از رابطه $\frac{1}{x}$ به دست می‌آید.





۴۹- در یک جدول عمر داریم:

$$\begin{cases} T_{25} = 2540 \\ \ell_{20} = 93 \\ \ell_{25} = 91 \\ L_{25} = 400 \end{cases}$$

چه نسبت از جمعیت ۲۵ ساله و بیشتر پس از ۵ سال زنده خواهند بود؟

- (۱) ۰/۹۷۸ (۲) ۰/۱۸۸۲ (۳) ۰/۸۰۸ (۴) ۰/۷۸۷

۵۰- اگر میزان عمومی موالید برابر با ۳۰ در هزار و تعداد زنان ازدواج کرده در سنین باروری برابر با ۲۰ درصد کل جمعیت باشد، میزان باروری نکاحی برابر است با:

- (۱) برای محاسبه به اطلاعات بیشتری نیاز است.
 (۲) ۱۵ در هزار
 (۳) ۶۰ در هزار
 (۴) ۱۵۰ در هزار





۵۱- در یک آزمایش روان‌شناسی نمره‌های زیر برای ۵ نفر به دست آمده‌اند:

فرد i	A	B	C	D	E
X: نمره زورگویی	۸۲	۸۸	۸۷	۱۴۷	۱۲۶
Y: نمره جاه طلبی	۴۲	۴۷	۱۳۸	۳۰	۶۵

ضریب همبستگی اسپیرمن کدام است؟

- (۱) ۰/۷
- (۲) ۰/۳
- (۳) ۰/۳
- (۴) ۰/۷

۵۲- فرض کنید از یک جامعه $n = ۳۸$ فرد را با قرعه به طور تصادفی انتخاب کرده و از هر فرد دو صفت X و Y را که دارای توزیع

نرمال هستند اندازه گرفته پس از محاسبات لازم نتایج زیر حاصل شده است، $SS_{xy} = ۱۴۰$ ، $SS_y = ۲۹۶$ ، $SS_x = ۱۰۰$ اگر

β مساوی ضریب رگرسیون خطی بین X و Y باشد، گزینه صحیح کدام است؟ ($\alpha = ۰/۰۵$)

- (۱) فرض $H_0: \beta = ۰$ در مقابل $\beta \neq ۰$ رد می‌شود.
- (۲) فرض $H_0: \beta = ۰$ در مقابل $\beta > ۰$ رد نمی‌شود.
- (۳) فرض $H_0: \beta = ۰$ در مقابل $\beta < ۰$ رد می‌شود.
- (۴) فرض $H_0: \beta = ۰$ را با این اطلاعات نمی‌توان انجام داد.

۵۳- اگر X_1, X_2, \dots, X_{15} یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین مجهول μ و واریانس مجهول σ^2 باشد و

$$Y = \sum_{i=1}^{15} (X_i - \bar{X})^2$$

احتمال اینکه فاصله $(\frac{Y}{26,12}, \frac{Y}{5,63})$ پارامتر σ^2 را در بر گیرد، کدام است؟

- (۱) ۰/۰۵
- (۲) ۰/۹۰
- (۳) ۰/۹۵
- (۴) ۰/۹۷۵

۵۴- فرض کنید معلوم شده است توزیع جامعه نیروی بازوی کارگران صنعتی دارای میانگین ۱۱۰ و انحراف معیار ۵ می‌باشد. برای

نمونه‌ای تصادفی به اندازه ۳۶ احتمال اینکه میانگین نمونه بین ۱۰۹ و ۱۱۱ باشد کدام است؟

- (۱) ۰/۷۶۴۹
- (۲) ۰/۷۶۹۸
- (۳) ۰/۸۴۱۳
- (۴) ۰/۹۶۴۱





۵۵- در سکه‌ای که احتمال رخ دادن شیر برای آن p است، X را تعداد آزمایش‌های لازم تا رخ داد شیر تعریف می‌نماییم. آزمون $H_0: p = 0.3$ در مقابل $H_1: p = 0.8$ را براساس ناحیه بحرانی $\{1, 2, 3, \dots\}$ در نظر بگیرید. احتمال خطای نوع دوم کدام است؟

- (۱) ۰/۱۹۲
- (۲) ۰/۱۹۸۴
- (۳) ۰/۸
- (۴) ۰/۹۹۲

۵۶- انحراف معیار یک جامعه نرمال برابر ۲۰ حدس زده می‌شود اگر کران خطای برآورد برای میانگین، مساوی ۵ در نظر گرفته شود. حداقل حجم نمونه با اعتماد (اطمینان) ۹۵ درصد کدام است؟ (فرض کنید $Z_{0.975} \approx 2$ است.)

- (۱) ۳۱
- (۲) ۴۴
- (۳) ۶۴
- (۴) ۶۲

۵۷- جدول توافقی فراوانی مشاهدات رده‌های دو صفت A و B به صورت زیر است. برای آزمون

	B_1	B_2
A_1	۱۰	۱۰
A_2	۱۰	۲۰

$$\begin{cases} H_0: A \text{ و } B \text{ مستقل‌اند} \\ H_1: A \text{ و } B \text{ وابسته‌اند} \end{cases}$$

- (۱) P - مقدار بیشتر از ۰/۳ است.
- (۲) P - مقدار کمتر از ۰/۱ است.
- (۳) P - مقدار بین ۰/۱ تا ۰/۲ است.
- (۴) P - مقدار بین ۰/۲ تا ۰/۳ است.

۵۸- در یک بررسی آماری، فاصله اطمینان ۹۵٪ با دم‌های برابر برای میانگین صفت مورد بررسی برابر است با $24/5 < \mu < 32/5$ با توجه به این فاصله اطمینان، کدام یک از فرض‌های زیر رد نمی‌شود؟

- (۱) $H_0: \mu = 25$ با $\alpha = 0.025$ | $H_1: \mu \neq 25$
- (۲) $H_0: \mu = 25$ با $\alpha = 0.025$ | $H_1: \mu > 25$
- (۳) $H_0: \mu = 25$ با $\alpha = 0.05$ | $H_1: \mu \neq 25$
- (۴) $H_0: \mu = 25$ با $\alpha = 0.05$ | $H_1: \mu > 25$





۵۹- میان دو متغیر تصادفی X و Y رابطه $E(X^2 + 4Y^2 - 4XY) = 0$ را داریم: ضریب همبستگی $1 - 2X, 2Y + 2$ کدام است؟

- (۱) -۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) ۱

۶۰- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیع یواسن با میانگین یک است. برای مقادیر بزرگ n ، مقدار تقریبی

$$\frac{1}{e^n} \sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!}$$

کدام است؟

- (۱) ۰
- (۲) ۰٫۵
- (۳) ۱
- (۴) ∞

۶۱- اگر X دارای تابع چگالی احتمال زیر و $(0, \frac{m}{X})$ یک بازه اطمینان ۹۰ درصدی برای θ باشد، مقدار m کدام است؟

$$f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}, x > 0, \theta > 0$$

- (۱) $\ln 6$
- (۲) $\ln 8$
- (۳) $\ln 10$
- (۴) $\ln 12$

۶۲- یک عدد به تصادف در فاصله $(-2, 2)$ انتخاب و آن را با متغیر تصادفی X نشان می‌دهیم. فرض کنید $Y = X^4$ ، گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) $cov(X, Y) = -1$
- (۲) $cov(X, Y) = 1$
- (۳) ضریب همبستگی X و Y مثبت است.
- (۴) ضریب همبستگی X و Y صفر است.

۶۳- فرض کنید $X \sim B(4, p)$. برای آزمون فرض $H_0: p = \frac{1}{4}$ در مقابل $H_1: p > \frac{1}{4}$ ، اگر به ازای $X = 3, 4$ فرض صفر رد شود، احتمال خطای نوع اول کدام است؟

- (۱) ۰٫۰۰۴
- (۲) ۰٫۰۱۲۵
- (۳) ۰٫۰۲۵
- (۴) ۰٫۰۵۱





۶۴- نتایج حاصل از ۱۲۰ بار پرتاب یک تاس به صورت زیر است:
فرض سالم بودن تاس در چه سطحی رد نمی شود؟

شماره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فراوانی	۱۰	۲۰	۳۰	۱۵	۲۰	۲۵

- (۱) در سطح $\alpha = 0.01$
- (۲) در سطح $\alpha = 0.05$
- (۳) در سطح $\alpha = 0.95$
- (۴) در سطح $\alpha = 0.99$

۶۵- اگر در آزمون H_0 در مقابل H_1 بدانیم فرض H_0 در سطح ۵٪ رد می شود، آنگاه:

- (۱) H_0 در سطح ۱۰٪ نیز رد می شود.
- (۲) H_0 در سطح ۱۰٪ نیز رد نمی شود.
- (۳) H_0 در سطح ۱٪ نیز رد می شود.
- (۴) درباره H_0 در سطح ۱۰٪ نمی توان اظهار نظر کرد.

۶۶- مدل رگرسیون خطی $y_i = b_0 + b_1x_i + e_i$ را در نظر بگیرید که در آن $y_i, y_j (i \neq j)$ ناهمبسته باشند و y_i دارای توزیع پواسون باشند. حال اگر b_1 برآوردگر b_1 به روش کمترین توان های دوم باشد کدام گزینه درست است؟

$$\hat{b}_1 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

- (۱) تنها می توان گفت \hat{b}_1 برآوردگری اریب است.
- (۲) \hat{b}_1 برآوردگر اریب و دارای کمترین مقدار MSE است.
- (۳) \hat{b}_1 برآوردگر خطی نااریب است اما دارای کمترین واریانس نیست.
- (۴) \hat{b}_1 برآوردگر خطی نااریب و از کمترین واریانس برخوردار است.

۶۷- در یک مدل رگرسیون خطی ضریب تعیین برابر ۸۸٪ است. کدام تعبیر در مورد این ضریب صحیح می باشد؟

- (۱) خط برازش شده به روش کمترین توان های دوم ۸۸٪ اوقات به درستی پیش بینی می کند.
- (۲) ۸۸٪ اطمینان داریم که X رابطه خطی با Y دارد.
- (۳) ۸۸٪ از کل تغییرات در نمونه های Y (SSy) می تواند توسط رابطه بین X و Y بیان شود.
- (۴) ۸۸٪ از مجموع مربعات خطا (SSE) با استفاده از رابطه خطی بین X و Y بیان می شود.

۶۸- فرض کنید (X, Y) دارای توزیع نرمال دو متغیری با پارامترهای زیر باشد. معادله خط رگرسیونی Y در مقابل X کدام است.

x	y
$\mu_x = 3$	$\mu_y = 4$
$\sigma_x^2 = 9$	$\sigma_y^2 = 4$
$\rho_{xy} = 0.3$	

- (۱) $y = 2/2 + 0.2x$
- (۲) $y = 3/4 + 0.2x$
- (۳) $y = 2.865 - 0.45x$
- (۴) $y = 2.82 + 0.45x$





۶۹- در مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ، $i = 1, \dots, n$ پارامتر β_0 معلوم است و پارامتر β_1 از روش کمترین مربعات برآورد می گردد. کدام گزینه همواره برابر با صفر است؟ $(\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i)$

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i x_i \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i y_i \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i \hat{y}_i \quad (4)$$

۷۰- در مدل رگرسیون خطی ساده $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ، $i = 1, \dots, n$ با فرض اینکه ε_i دارای توزیع نرمال باشد مقدار $P(Y_i > \beta_0 + \beta_1 x_i)$ کدام است؟

$$0/5 \quad (1)$$

$$P(\hat{y}_i > \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i) \quad (2)$$

$$P(y_i > \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i) \quad (3)$$

$$0/975 \quad (4)$$

۷۱- مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$ ، $i = 1, \dots, n$ را در نظر بگیرید. کدام یک از برآوردهای زیر برای پارامتر β نااریب نیست؟

$$\frac{\bar{y}}{\bar{x}} \quad (1)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (3)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$





۷۲- در مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ، $i = 1, \dots, n$ ، پارامترهای β_0 و β_1 از روش کمترین مربعات به دست آمده‌اند. $cov(\hat{\beta}_0, \bar{Y})$ کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) $\frac{\sigma^2}{n}$
- (۳) $\frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$
- (۴) $\sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right)$

۷۳- در مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ کدام گزینه در مورد وابستگی واریانس برآورد کمترین توان‌های دوم β_0 به واحدهای اندازه‌گیری X و Y صحیح است؟

- (۱) فقط به واحد اندازه‌گیری Y
- (۲) واحد اندازه‌گیری X و Y
- (۳) فقط به واحد اندازه‌گیری X
- (۴) هیچکدام

۷۴- در یک مدل رگرسیون خطی چندگانه با خطای نرمال $(0, \sigma^2)$ و ماتریس تصویرگر (پیش‌بینی کننده) $P = X(X'X)^{-1}X' = \{p_{ij}\}$ واریانس مقدار پیش‌بینی شده نام (\hat{Y}_i) کدام است؟

- (۱) $\sigma^2(1 - p_{ii})$
- (۲) $\sigma^2(1 - p_{ij})$
- (۳) $\sigma^2 p_{ii}$
- (۴) $\sigma^2 p_{ij}$





۷۵- در مدل رگرسیون خطی چندگانه $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4} + \varepsilon_i$ که در آن پارامتر β_0 معلوم است، اگر $e_i = y_i - \hat{y}_i$ و $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$ ($i = 1, \dots, n$) باشد، برآورد ناریب برای σ^2 کدام است؟

$$\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2} \quad (۱)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-5} \quad (۲)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-3} \quad (۳)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-4} \quad (۴)$$

۷۶- در مدل رگرسیونی خطی چندگانه با سه متغیر مستقل اگر فرض $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ رد شود، نتیجه می گیریم که:

(۱) بین متغیر وابسته و حداقل یکی از متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی دار وجود دارد.

(۲) بین متغیر وابسته و هیچکدام از متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی دار وجود ندارد.

(۳) بین متغیر وابسته و تمامی متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی دار وجود دارد.

(۴) هر سه متغیر مستقل دارای شیب صفر هستند.

۷۷- مدل رگرسیون خطی چندگانه $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i$ را در نظر بگیرید. مقدار

$$\sum_{i=1}^n \text{Var}(\hat{y}_i)$$

کدام است؟

$$n\sigma^2 \quad (۱)$$

$$k\sigma^2 \quad (۲)$$

$$(k+1)\sigma^2 \quad (۳)$$

$$(n-k-1)\sigma^2 \quad (۴)$$

۷۸- در مدل رگرسیون خطی با دو متغیر مستقل $E(y) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1 x_2$ با افزایش یک واحد به x_1 در صورت

ثابت باقی ماندن x_2 ، انتظار می رود مقدار y به چه اندازه تغییر یابد؟

$$\beta_1 \quad (۱)$$

$$\beta_0 + \beta_1 \quad (۲)$$

$$\beta_1 + \beta_2 x_2 \quad (۳)$$

$$\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 x_2 \quad (۴)$$





۷۹- در یک مدل رگرسیون خطی بین متغیر وابسته y و متغیرهای مستقل x_1 و x_2 مشخص گردید که ضرایب رگرسیونی β_1 و β_2 معنی دار هستند اما ضریب تعیین بین y و این دو متغیر به اندازه کافی بزرگ نمی باشد از این مدل برای کدام مورد می توان استفاده نمود؟

- (۱) برای پیش بینی متغیر وابسته
- (۲) فقط برای بیان میزان تأثیر متغیرهای مستقل بر متغیر وابسته
- (۳) برای بیان میزان تأثیر متغیرهای مستقل به متغیر وابسته و پیش بینی متغیر وابسته
- (۴) هیچ کدام

۸۰- ضریب تعیین برای مدل $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon$ در یک نمونه تصادفی ۱۳ تایی برابر ۰/۹ است. ضریب تعیین تعدیل شده کدام است؟

- (۱) ۰/۷۵
- (۲) ۰/۸۳
- (۳) ۰/۸۸
- (۴) ۰/۹۲

۸۱- کدام گزینه در مورد نمونه گیری طبقه بندی شده و خوشه ای درست تر است؟

(۱) نمونه گیری طبقه بندی شده، دقیقاً مثل نمونه گیری خوشه ای است با این تفاوت که در داخل خوشه ها نمونه گیری صورت می پذیرد.

- (۲) تنها تفاوت نمونه گیری خوشه ای با طبقه بندی شده آن است که همه اعضا خوشه منتخب سرشماری می شوند.
- (۳) نمونه گیری طبقه بندی شده از لحاظ اجرایی ساده تر از نمونه گیری خوشه ای است.
- (۴) هر یک از این دو نمونه گیری در شرایط خاص مربوط به خود استفاده می شود که قابل جایگزین نیستند.

۸۲- از جامعه ای با حجم $N = 2000$ به تصادف ۱۰۰ عضو را انتخاب کرده و آن ها را علامت گذاری می کنیم و به جامعه بازگردانده و آن ها را کاملاً مخلوط می کنیم. سپس مجدداً آنقدر نمونه گیری می کنیم تا ۱۰ عضو علامت دار انتخاب شوند، برآورد ناریس برای تعداد آزمایشات لازم تا حصول نتیجه، کدام است؟

- (۱) همواره وجود دارد.
- (۲) هیچگاه وجود ندارد.
- (۳) تنها اگر نمونه گیری مجدد به روش بنون جایگذاری وجود داشته باشد، برابر ۱۹۰ است.
- (۴) تنها اگر نمونه گیری مجدد به روش با جایگذاری وجود داشته باشد، برابر ۲۰۰ است.





۸۳- در یک طرح نمونه‌گیری تصادفی شامل انتخاب n فرد از بین افراد جامعه شامل N فرد ($n < N$) اگر π_i احتمال شمول فرد i ام باشد آنگاه:

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = 1 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = n - 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = n \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = n \quad (4)$$

بستگی به نوع طرح نمونه‌گیری دارد.

۸۴- علاقه‌مند به برآورد مجموع درآمد خانوارهای یک منطقه شهری که ۵۰۰۰ خانوار در آن زندگی می‌کنند هستیم. این منطقه شامل ۶۰۰ بلوک است که اندازه آنها یکسان نیست. تعداد ۳ بلوک به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب و از درآمد همه خانوارهای آن‌ها سوال می‌شود که نتایج به شرح زیر است. برآورد ناریب مجموع درآمد خانوارهای این منطقه کدام است؟

بلوک	تعداد خانوار	مجموع درآمد
۱	۱۲۰	۲۱۰۰
۲	۱۰۰	۲۰۰۰
۳	۸۰	۱۵۰۰

(۱) ۱۱۲۰۰۰

(۲) ۱۲۵۰۰۰

(۳) ۲۲۴۰۰۰

(۴) ۲۵۰۰۰۰

۸۵- جامعه‌ای از دو طبقه یکسان هر یک با مقادیر ۱ و ۲ و ۳ تشکیل شده است در نمونه‌ای به حجم $n = 4$ از این جامعه کدام روش دقیق‌تر است؟

(۱) تصادفی ساده (بدون در نظر گرفتن طبقات)

(۲) طبقه‌ای با تخصیص متناسب

(۳) طبقه‌ای با تخمین نین

(۴) طبقه‌ای با هر یک از دو تخصیص متناسب یا نین

۸۶- محققی در نظر دارد همزمان متوسط محصول گندم مزارع را در ایران و در یک استان خاص برآورد کند. کدام طرح نمونه‌گیری توصیه می‌شود؟

(۱) نمونه‌گیری تصادفی ساده

(۲) نمونه‌گیری خوشه‌ای

(۳) نمونه‌گیری سیستماتیک

(۴) نمونه‌گیری طبقه‌ای





۸۷- در یک نمونه تصادفی ساده به حجم $n = 10$ از جامعه‌ای به حجم $N = 100$ داریم: $\sum_{k=1}^{10} \sum_{l=1}^{10} (y_k - y_l)^2 = 400$

برآورد ناریب واریانس میانگین مشاهدات کدام است؟

- (۱) ۰٫۱
- (۲) ۰٫۲
- (۳) ۰٫۴
- (۴) ۰٫۵

۸۸- در جامعه‌ای متشکل از سه طبقه با حجم‌های به ترتیب ۱۰ و ۱۰۰ و ۴۰۰ و واریانس‌های به ترتیب ۱۰۰ و ۴ و ۴ یک نمونه ۲۲۰ تایی با تخمین نیمین انتخاب شده است. حجم نمونه‌ها کدام است؟

- (۱) $n_1 = 10, n_2 = 42, n_3 = 168$
- (۲) $n_1 = 20, n_2 = 40, n_3 = 160$
- (۳) $n_1 = 10, n_2 = 45, n_3 = 165$
- (۴) $n_1 = 10, n_2 = 48, n_3 = 162$

۸۹- در نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری به حجم n از جامعه‌ای به حجم N ، امید ریاضی تعداد انتخاب شده کدام است؟

- (۱) $\frac{N^n}{\binom{N}{n}}$
- (۲) $N(1 - \frac{1}{N})^n$
- (۳) $\frac{n(N+1)^n}{N^n}$
- (۴) $N(1 - (1 - \frac{1}{N})^n)$

۹۰- در یک نمونه تصادفی ساده از جمعیتی بزرگ، برآوردیاب ناریب \bar{y}_n^T کدام است؟

- (۱) \bar{y}_n^T
- (۲) $\overline{y_n^T} - s^T$
- (۳) s^T
- (۴) $\overline{y_n^T}$





۹۱- ۹ جعبه میوه خریداری شده است. جعبه i - ام شامل M_i میوه است. تعداد کل میوه ها ۲۷۰۰ می باشد. برای تعیین نسبت میوه های سالم، ۳ جعبه به تصادف انتخاب می شود که اطلاعات آن در جدول زیر آورده شده است:

بر آورد ناریب (\hat{p}) برای نسبت میوه های سالم در ۹ جعبه و بر آورد واریانس بر آورد کننده این نسبت $(\text{Var}(\hat{p}))$ کدام است؟

(۱) $\hat{p} = 0,08$, $\text{Var}(\hat{p}) = 0,008$

(۲) $\hat{p} = 0,25$, $\text{Var}(\hat{p}) = 0,008$

(۳) $\hat{p} = 0,25$, $\text{Var}(\hat{p}) = 0,1$

(۴) $\hat{p} = 0,08$, $\text{Var}(\hat{p}) = 0,1$

شماره جعبه منتخب	M_i	نسبت میوه های سالم جعبه
۱	۱۰۰	۰,۳
۲	۵۰	۰,۲۴
۳	۱۵۰	۰,۲

۹۲- جامعه ای پنج عضو دارد که مقدار صفت برای سه عضو اول آن برابر یک و برای بقیه صفر می باشد. برای انتخاب تصادفی یک عضو، احتمال انتخاب هر کدام از سه عضو اول $\frac{1}{3}$ و احتمال انتخاب هر کدام از دو عضو دیگر $\frac{1}{8}$ است. یک نمونه تصادفی دو

تایی با جایگذاری و با احتمال متغیر انتخاب می کنیم: اگر $S^T = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_n)^2$ ، مقدار $P(S^T = 0)$ کدام است؟

(۱) $\frac{14}{64}$

(۲) $\frac{26}{64}$

(۳) $\frac{27}{64}$

(۴) $\frac{40}{64}$

۹۳- برای بر آورد میانگین یک صفت خاص در جامعه N تایی (\bar{y}_N) ، بدون دادن حق انتخاب به عنصر اول جامعه، یک نمونه تصادفی ساده n تایی از بین عناصر دوم تا N ام جامعه انتخاب می گردد. گزینه صحیح در بر آورد میانگین بر اساس نمونه کدام است؟

(۱) همواره اریب است.

(۲) دارای اریبی مثبت است، هر گاه $y_1 < \bar{y}_N$ ، و بر عکس

(۳) به مقدار y_1 بستگی نداشته و همواره ناریب است.

(۴) اگر $y_1 = 0$ باشد، آنگاه ناریب است.

۹۴- در بر آورد نسبتی وقتی میانگین متغیر کمکی مجهول باشد با یک نمونه مقدماتی به حجم n' ابتدا میانگین متغیر کمکی را با $\bar{x}_{n'}$ بر آورد می کنند سپس از آن نمونه مقدماتی یک نمونه تصادفی به حجم $n < n'$ انتخاب کرده و پس از اندازه گیری متغیرهای کمکی و اصلی میانگین آن ها را با \bar{x} و \bar{y} نشان می دهند. کدام گزینه درباره $\text{COV}(\bar{x}, \bar{x}_{n'})$ درست است؟

(۱) $V(\bar{x})$

(۲) $V(\bar{x}_{n'})$

(۳) $(\frac{1}{n} - \frac{1}{n'})S_x^2$

(۴) $(\frac{1}{n'} - \frac{1}{N})S_x^2$





۹۵- یک ویژگی از جامعه با خطای اندازه گیری ثبت می شود. مقدار این خطا دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_{ϵ}^2 است. می خواهیم میانگین این ویژگی را برآورد نماییم. به این منظور نمونه ای به حجم n با روش تصادفی ساده بدون جای گذاری می گیریم. اگر بخواهیم خطای مطلق با احتمال $1 - \alpha$ از مقدار ثابت r کمتر باشد چند نمونه لازم است؟ (حجم جامعه به اندازه کافی بزرگ است و $\bar{\epsilon}_n$ میانگین خطای اندازه گیری نمونه است).

$$\left(\frac{z_{\alpha} \bar{\epsilon}_n}{\frac{r}{d_{\epsilon} r}} \right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{z_{\alpha} S}{\frac{r}{d_{\epsilon} r}} \right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{z_{\alpha} S}{\bar{\epsilon}_n r} \right) \quad (3)$$

$$\left(\frac{z_{\alpha} S}{r - \bar{\epsilon}_n} \right) \quad (4)$$

آمار نظری (احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ و ۲)

۹۶- در اطاق A دو دانشجوی ریاضی و سه دانشجوی آمار و در اطاق B تنها چهار دانشجوی ریاضی در انتظار مصاحبه علمی می باشند. یک اطاق را به تصادف انتخاب می کنند و از آن یک دانشجو را به تصادف برای مصاحبه صدا می کنند. احتمال این که دانشجوی ریاضی باشد کدام است؟

۰/۳ (۱)

۰/۵ (۲)

۰/۷ (۳)

۰/۹ (۴)

۹۷- دو خط موازی L_1 و L_2 را در نظر بگیرید. روی هر یک از این دو خط ۷ نقطه قرار دارد. تعداد مثلث هایی که با این نقطه ها می توان ساخت، کدام است؟

۲۱ (۱)

۱۴۷ (۲)

۲۹۴ (۳)

۳۶۴ (۴)

۹۸- فرض کنید $P(A - B) = P(B - A)$. کدام گزینه درست است؟

(۱) همواره $A = B$

(۲) $P(A) = P(B)$

(۳) A و B همواره مستقل اند.

(۴) همواره A و B جدا از هم هستند.





۹۹- فرض کنید $X \sim U(-2\theta, \theta)$ باشد که در آن $\theta > 0$ است. احتمال این که عبارت $X^2 - 2X^2 + X$ اکیداً مثبت باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{3}{4}$
- (۴) ۱

۱۰۰- اگر $\text{Var}(2X + 3Y + 1) = \text{Var}(2X - 3Y - 1)$ ، گزینه صحیح کدام است؟

(۱) $\text{Cov}(X, Y) = -2$

(۲) $\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{2}$

(۳) $\text{Cov}(X, Y) = 2$

(۴) X و Y همواره ناهمبسته‌اند.

۱۰۱- متغیر تصادفی X دارای تابع توزیع $F(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ می‌باشد، مقدار $E\left\{\frac{|X|+2}{|X|+1}\right\}$ کدام است؟ $[X]$ مقدار صحیح x را نشان می‌دهد.

- (۱) $\frac{\pi^2}{2}$
- (۲) $\frac{\pi^2}{3}$
- (۳) $\frac{\pi^2}{4}$
- (۴) $\frac{\pi^2}{6}$

۱۰۲- اگر X یک متغیر تصادفی دلخواه باشد، مقدار $E(X || X|)$ کدام است؟

(۱) $|X| \cdot [2P(X \geq 0) - 1]$

(۲) $|X| \cdot P[X \geq 0]$

(۳) $|X| \cdot P[X \leq 0]$

(۴) $2|X| P[|X| \geq 0]$





۱-۳ فرض کنید X_1, X_2, \dots دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل یواسون با میانگین ۲ و N مستقل از X_i ها با توزیع

یواسون با میانگین یک باشد. اگر $Y = \sum_{i=1}^N X_i$ باشد، مقدار $P\{Y = 0\}$ کدام است؟

(۱) $\exp[e^{-2} - 1]$

(۲) $\exp[1 - e^{-2}]$

(۳) $\exp\left[\frac{e^{-2} - 1}{2}\right]$

(۴) $\exp\left[\frac{1 - e^{-2}}{2}\right]$

۱-۴ فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل و مطلقاً پیوسته با توابع توزیع به ترتیب F_X و F_Y باشند. اگر برای هر z داشته باشیم $F_X(z) \geq F_Y(z)$ (با نامساوی اکید برای حداقل یک z)، گزینه صحیح کدام است؟

(۱) $P(X < Y) \leq \frac{1}{2}$

(۲) $P(X < Y) \geq \frac{1}{2}$

(۳) $P(X < Y) = \frac{1}{2}$

(۴) $P(X < Y) = 1$

۱-۵ فرض کنید Z یک متغیر تصادفی نرمال استاندارد و مستقل از متغیر تصادفی X با تابع احتمال

$P\{X = 1\} = P\{X = -1\} = \frac{1}{4}$ باشد. اگر $Y = X \cdot Z$ ، مقدار $P\{Y + Z \neq 0\}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) ۱

۱-۶ اگر X_1, X_2, \dots دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل برنولی با احتمال موفقیت p و N مستقل از X_i ها با توزیع

یواسون با میانگین λ باشد، مقدار $\text{Cov}\left(\sum_{i=1}^N X_i, N - \sum_{i=1}^N X_i\right)$ کدام است؟

(۱) $-\lambda pq$

(۲) $-\lambda q$

(۳) $-\lambda p$

(۴) صفر





۱۰۷- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل با تابع توزیع‌های به ترتیب F و G باشند. اگر F و G نقاط پرش یکسان داشته باشند. مقدار $E[F(Y) + G(X)]$ کدام است؟

(۱) $1 - P(X = Y)$

(۲) $1 + P(X = Y)$

(۳) $P(X = Y)$

(۴) ۱

۱۰۸- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت روی فاصله $[0, 1]$ و $Y | X = x$ دارای توزیع دو جمله‌ای با پارامترهای $n = 10$ و $p = x$ باشد. $(Y | X = x \sim B(10, x))$ واریانس Y کدام است؟

(۱) ۹

(۲) $\frac{100}{12}$

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

۱۰۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی با تابع احتمال $f_X(x) = \frac{x+1}{3}$, $x = 0, 1$ باشد. اگر $Y = \prod_{i=1}^n X_i$ تابع مولد گشتاور Y کدام است؟

(۱) $\frac{r}{r} + \frac{1}{r} e^{nt}$

(۲) $\frac{1}{r} + \frac{r}{r} e^{nt}$

(۳) $(\frac{1}{r} + \frac{r}{r} e^t)^n$

(۴) $1 - (1 - e^t)(\frac{r}{r})^n$

۱۱۰- اگر $M_X(t) = \frac{1}{\lambda}(1 + e^t)^r$ تابع مولد گشتاور $Y = 3 - X$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{\lambda} e^{rt}(r - e^{-t})^r$

(۲) $\frac{1}{\lambda} e^{rt}(r - e^{-t})^r$

(۳) $\frac{1}{\lambda} e^{rt}(1 + e^{-t})^r$

(۴) $\frac{1}{\lambda} e^{rt}(1 + e^{-t})^r$





۱۱۱- اگر $U_{(1)}, U_{(2)}, \dots, U_{(n)}$ آماره‌های ترتیبی یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع یکنواخت در فاصله $(0, 1)$ باشند، تابع چگالی احتمال توأم توزیع حدی آماره $T_n = (nU_{(1)}, nU_{(2)})$ کدام است؟

$$f(x, y) = \frac{\tau e^{-(x+y)}}{(1-e^{-\tau})^2}, \quad 0 < x < y < 1 \quad (1)$$

$$f(x, y) = \frac{e^{-y}}{1-\tau e^{-1}}, \quad 0 < x < y < 1 \quad (2)$$

$$f(x, y) = \tau e^{-(x+y)}, \quad 0 < x < y < 1 \quad (3)$$

$$f(x, y) = e^{-y}, \quad 0 < x < y < 1 \quad (4)$$

۱۱۲- فرض کنید X و Y و Z دارای تابع چگالی توأم $x > 0, y > 0, z > 0$ $f(x, y, z) = \frac{\epsilon}{(1+x+y+z)^{\epsilon}}$ باشند. تابع چگالی احتمال $U = X + Y + Z$ برای $u > 0$ ، کدام است؟

$$\frac{\tau u^{\tau}}{(1+u)^{\tau}} \quad (1)$$

$$\frac{\tau}{(1+u)^{\tau}} \quad (2)$$

$$\frac{\epsilon}{(1+u)^{\epsilon}} \quad (3)$$

$$\frac{\tau u^{\tau}}{(1+u)^{\epsilon}} \quad (4)$$

۱۱۳- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی دلخواه باشند. کدام گزینه صحیح است؟

$$E \left[\max_{1 \leq i \leq n} X_i \right] \leq \max_{1 \leq i \leq n} (EX_i) \quad (1)$$

$$E \left[\max_{1 \leq i \leq n} X_i \right] \geq \max_{1 \leq i \leq n} (EX_i) \quad (2)$$

$$E \left[\max_{1 \leq i \leq n} X_i \right] = \max_{1 \leq i \leq n} (EX_i) \quad (3)$$

(4) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۱۴- فرض کنید Y, X متغیرهای تصادفی مستقل و دارای توزیع یکسان یکنواخت در فاصله $(0, 1)$ باشند، تابع چگالی احتمال $W = |Y - X|$ برای $0 < w < 1$ ، کدام است؟

$$f_w(w) = \tau w \quad (1)$$

$$f_w(w) = 1 \quad (2)$$

$$f_w(w) = \tau(1-w) \quad (3)$$

$$f_w(w) = |1 - \tau w| \quad (4)$$





۱۱۵- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌های تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ باشد. اگر

$$U_n = \frac{\sqrt{n} \sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$$

توزیع حدی U_n کدام است؟

(۱) $N(0,1)$
 (۲) $t(1)$
 (۳) $\chi^2(1)$
 (۴) $\frac{1}{\chi^2(1)}$

۱۱۶- یک شرکت بیمه در سه شهر C و B و A شعبه دارد و میزان خسارت پرداختی به بیمه گزاران مستقل از یکدیگر می‌باشند. تابع مولد گشتاور میزان خسارت در این سه شهر عبارتند از:

$$M_A(t) = (1-2t)^{-2}, M_B(t) = (1-2t)^{-2/5}, M_C(t) = (1-2t)^{-2/5}$$

اگر مجموع خسارت پرداختی باشد، مقدار $E(X^2)$ کدام است؟

- (۱) ۳۳۰
 (۲) ۴۴۰
 (۳) ۵۵۰
 (۴) ۶۶۰

۱۱۷- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_m و Y_1, \dots, Y_n دو نمونه تصادفی مستقل. با توزیع‌های به ترتیب $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ باشند. چنانچه نمونه‌ها را ادغام کنیم و قرار دهیم $Z = (Z_1, \dots, Z_{m+n})$ که در آن $Z_i = 1$ اگر i امین متغیر تصادفی نمونه ادغام شده از نمونه X باشد و $Z_i = 0$ اگر از نمونه Y باشد. در آن صورت $Cov(Z_i, Z_j)$ کدام است؟

$$(N = m + n)$$

- (۱) $\frac{-mn}{N^T(N-1)}$
 (۲) $\frac{-mn}{N(N^T-1)}$
 (۳) $\frac{mn}{N(N^T-1)}$
 (۴) $\frac{mn}{N^T(N-1)}$





۱۱۸- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_N متغیرهای تصادفی مستقل از توزیع اکیداً پیوسته F باشند که در آن N متغیر تصادفی هندسی با تابع احتمال $P(N = n) = p(1-p)^{n-1}, n \geq 1$ و مستقل از X_i ها است. میانگین توزیع $Y = \max(X_1, X_2, \dots, X_N)$ کدام است؟

(۱) $F^{-1}\left(\frac{1}{1-p}\right)$

(۲) $F^{-1}\left(\frac{1}{1+p}\right)$

(۳) $F^{-1}\left(\frac{1}{p}\right)$

(۴) $F^{-1}(1+p)$

۱۱۹- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر λ باشند. $Cov(S^2, \bar{X})$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{n}{\lambda}$

(۳) $\frac{\lambda}{n}$

(۴) $\frac{\lambda^2}{n}$

۱۲۰- فرض کنید X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت بر بازه $(0, 1)$ باشد. احتمال اینکه میانگین این نمونه بین $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$ باشد کدام است؟

(۱) $\frac{12}{16}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{11}{16}$

(۴) $\frac{5}{8}$

۱۲۱- فرض کنید X_i ها $(i = 1, \dots, n)$ متغیرهای تصادفی مستقل از هم از توزیع برنولی با پارامتر p_i باشند. که در آن

$p_i = (1 + \exp(-i\alpha))^{-1}$ است. آماره بسنده کامل برای α برحسب X_i ها کدام است؟

(۱) $\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{i}$

(۲) $\sum_{i=1}^n X_i$

(۳) $\sum_{i=1}^n iX_i$

(۴) $\sum_{i=1}^n i^T X_i$





۱۲۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت بر بازه $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ باشد، برآوردگر ماکزیمم درست‌نمایی σ با فرض مجهول بودن هر دو پارامتر μ و σ ، کدام است؟

$$\frac{X_{(n)} - X_{(1)}}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{X_{(n)} + X_{(1)}}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{-X_{(1)}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{X_{(n)}}{2} \quad (۴)$$

۱۲۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از تابع چگالی احتمال $f(x|\theta) = \theta x e^{-\theta/2 x^2}$ ، $x > 0$ ، $\theta > 0$ باشد. برآورد ML برای چندک مرتبه ۹، کدام است؟

$$\left(-\frac{1}{n} \ln(0.9)\right) \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (۱)$$

$$\left(-\ln(0.9)\right) \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (۲)$$

$$\left(-\ln(0.9)\right) \sum_{i=1}^n x_i \quad (۳)$$

$$\left(-n \ln(0.9)\right) \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (۴)$$

۱۲۴- فرض کنید برای $\theta \in \{1, 3\}$ ، X دارای تابع چگالی احتمال $f(x|\theta) = \frac{1}{\theta} e^{-|x-\theta|}$ ؛ $x \in \mathbb{R}$ است. با استفاده از نمونه تصادفی $x_1 = 1$ و $x_2 = 2$ برآورد ML برای θ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

هیچ کدام (۴)

۱۲۵- فرض کنید Z_1, Z_2 نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال آمیخته $f(x) = \theta f_1(x) + (1-\theta)f_2(x)$ باشد. برآوردگر گشتاوری θ وقتی که μ_1 و σ_1^2 به ترتیب میانگین و واریانس معلوم تابع چگالی احتمال f_i ($i = 1, 2$) باشند، کدام است؟

$$\bar{Z} \quad (۱)$$

$$\frac{\bar{Z}}{\mu_1 - \mu_2} \quad (۲)$$

$$\frac{\bar{Z} + \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \quad (۳)$$

$$\frac{\bar{Z} - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \quad (۴)$$





۱۲۶- اگر X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از جامعه‌ای با تابع احتمال زیر باشد، با فرض اینکه همه X_i صفر مشاهده نشده‌اند، برآورد گشتاوری λ کدام است؟ ($0 < r < 1$ و λ هر دو نامعلوم هستند.)

$$f(x; r, \lambda) = \begin{cases} r & x = 0 \\ (1-r) \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x! (1-e^{-\lambda})} & x = 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$\frac{\sum X_i}{\sum X_i^2} \quad (1)$$

$$\frac{\sum X_i^2}{\sum X_i} \quad (2)$$

$$\frac{\sum X_i}{\sum X_i^2} - 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sum X_i^2}{\sum X_i} - 1 \quad (4)$$

۱۲۷- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(1, \theta)$ باشد. آماره بسنده برای θ کدام است؟

$$\left(\sum X_i, \sum X_i^2 \right) \quad (1) \quad \left(\sum X_i + \sum X_i^2 \right) \quad (2) \quad \left(\sum X_i^2 \right) \quad (3) \quad \left(\sum X_i, \sum X_i^2 \right) \quad (4)$$

۱۲۸- فرض کنید X_1, X_2 دو متغیر تصادفی مستقل با توزیع یکسان $N(0, 1)$ باشند. اگر $Y_1 = \frac{X_1}{X_2}$ و $Y_2 = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$

گزینه صحیح کدام است؟

(1) Y_1 دارای توزیع $C(0, 1)$ و Y_2 دارای توزیع $\chi^2(1)$ و مستقل از هم هستند.

(2) Y_1 دارای توزیع $C(0, 1)$ است اما مستقل از Y_2 نیست.

(3) Y_1 دارای توزیع $C(0, 1)$ و Y_2 دارای توزیع $\chi^2(2)$ و مستقل از هم هستند.

(4) Y_1 و Y_2 مستقل از هم هستند.

۱۲۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی n تایی از تابع چگالی احتمال $f(x | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}}$, $x > \mu, \sigma > 0$

باشد. $cov(\bar{X}_n, X_{(1)})$ کدام است؟

$$(1) \text{ صفر}$$

$$(2) \frac{\sigma}{n}$$

$$(3) \frac{\sigma^2}{n}$$

$$(4) \frac{\sigma^2}{n^2}$$





۱۳۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, 1)$ باشد. اگر میانگین نمونه $M_n = \bar{X}_n$ و میانگین نمونه \bar{X}_n و n فرد باشد مقدار $E(M_n | \bar{X}_n)$ کدام است؟

(۱) $\mu - 1$

(۲) μ

(۳) $\bar{X}_n - 1$

(۴) \bar{X}_n

۱۳۱- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از تابع احتمال زیر باشد. ($0 < \theta < \frac{1}{2}$)

x	-1	0	1
$f_\theta(x)$	θ	$1 - 2\theta$	θ

ضریب همبستگی \bar{X} و $T = \sum_{i=1}^n |X_i|$ کدام است؟

(۱) -1

(۲) صفر

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) 1

۱۳۲- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی فاصله $(-\theta, \theta)$ باشد. برای θ کدام است؟

(۱) $\frac{\max_{1 \leq i \leq n} X_i}{n+1}$

(۲) $\frac{\max |X_i|}{n+1}$

(۳) $\frac{n+1}{n} \max_{1 \leq i \leq n} |X_i|$

(۴) $\frac{n}{n+1} \max_{1 \leq i \leq n} X_i$

۱۳۳- براساس تک مشاهده‌ی X از توزیعی با تابع احتمال $P_\theta(X=x) = \begin{cases} \frac{\theta}{2} & x = -1, 0 \\ \frac{1-\theta}{2} & x = 1, 2 \end{cases}$ که در آن $0 \leq \theta \leq 1$ برآورد

UMVU برای θ کدام است؟

(۱) $T(x) = \begin{cases} 1 & x = -1, 0 \\ 0 & x = 1, 2 \end{cases}$

(۲) $T(x) = \begin{cases} 1 & x = -1, 0, 1 \\ -1 & x = 2 \end{cases}$

(۳) $T(x) = \begin{cases} 2 & x = -1 \\ 0 & x = 0, 1, 2 \end{cases}$

(۴) $T(x) = \begin{cases} 1 & x = -1 \\ 0 & x = 0, 1, 2 \end{cases}$





۱۳۴- فرض کنید $X_i \sim N(i\theta, 1)$ ، $i = 1, \dots, n$ ، متغیرهای تصادفی مستقل از هم باشند. شرط لازم و کافی برای اینکه

$T^* = \sum a_i X_i$ در کلاس برآوردهای نااریب خطی دارای کمترین واریانس باشد، کدام است؟

$$a_i = \frac{\rho_i}{n(n-1)(2n+1)} \quad (1)$$

$$a_i = \frac{\rho_i}{n(n+1)(2n-1)} \quad (2)$$

$$a_i = \frac{\rho_i}{n(n+1)(2n+1)} \quad (3)$$

$$a_i = \frac{i}{n(n+1)(2n+1)} \quad (4)$$

۱۳۵- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیع $N(0, \sigma^2)$ باشد. اگر $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ و $(\frac{S}{\sigma}, S)$ یک فاصله

اطمینان σ برای های بزرگ باشد. ضریب اطمینان تقریبی کدام است؟

$$(1) \text{ کوچکتر از } \frac{1}{4} \text{ است.}$$

$$(2) \text{ تقریباً } \frac{1}{4} \text{ است.}$$

$$(3) \text{ بزرگتر از } \frac{1}{4} \text{ است.}$$

$$(4) \text{ برابر } \frac{2}{3} \text{ است.}$$

۱۳۶- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n و Y_1, \dots, Y_n دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع های به ترتیب $U(0, \theta_1)$ و $U(0, \theta_2)$ باشد.

یک فاصله اطمینان بادم های برابر در سطح $1 - \alpha$ برای $\frac{\theta_2}{\theta_1}$ کدام است؟

$$(X_{(n)} = \max(X_1, \dots, X_n) \text{ و } Y_{(n)} = \max(Y_1, \dots, Y_n))$$

$$\left(\frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{\frac{\alpha}{2}}, \frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{\frac{2-\alpha}{2}} \right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{\frac{\alpha}{2}}, \frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{\frac{1-\alpha}{2}} \right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{\alpha}, \frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{2-\alpha} \right) \quad (3)$$

$$\left(\frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{\alpha}, \frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{1-\alpha} \right) \quad (4)$$





۱۳۷- فرض کنید X_1 و X_2 یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر λ باشد. می‌خواهیم فرض $H_0: \lambda \leq 1$ را در مقابل

فرض $H_1: \lambda > 1$ آزمون کنیم. اگر $\phi_1(\underline{x}) = \begin{cases} 1 & x_1 \geq 2 \\ 0 & x_1 < 2 \end{cases}$ آزمونی با اندازه α_0 باشد، کدام یک از آزمون‌های زیر در

اندازه α_0 نیست؟

(۱) $\phi_1^*(\underline{x})$

(۲) $E(\phi_1(\underline{X}) | x_2)$

(۳) $E(\phi_1(\underline{X}) | x_1 + x_2)$

(۴) $\phi_1^k(\underline{x})$ برای $0 \leq k \leq 1$

۱۳۸- فرض کنید $f_\theta(x)$ تابع چگالی احتمال توزیع $N(\theta, 1)$ باشد. اگر X دارای تابع چگالی احتمال آمیخته

$g_p(x) = pf_1(x) + (1-p)f_0(x)$ ، $0 < p < 1$ باشد. ناحیه بحرانی پرتوان‌ترین آزمون یکنواخت (UMP) اندازه α

برای انجام آزمون فرض $H_0: p = 0$ در مقابل $H_1: p > 0$ براساس یک مشاهده X کدام است؟ $P(Z > Z_\alpha) = \alpha$ و

$(P(\chi_{(1)}^2 > \chi_\alpha^2(1))) = \alpha$

(۱) $X < Z_\alpha$

(۲) $X > Z_\alpha$

(۳) $2X^2 > \chi_\alpha^2$

(۴) $2X^2 > \chi_{1-\alpha}^2$

۱۳۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه تصادفی از تابع چگالی احتمال $f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)}{\sigma}}$ ، $x \geq \mu$ ، $\sigma > 0$ باشد که در آن μ و σ هر دو نامعلومند. اگر ناحیه رد آزمون GLRT برای آزمون فرض $H_0: \mu = 0$ در برابر فرض $H_1: \mu \neq 0$ به

صورت $\frac{X_{(1)}}{\sum X_i} > C$ باشد با $\alpha = 0.05$ مقدار C کدام است؟

(۱) $1 - \sqrt[n]{0.95}$

(۲) $1 - \sqrt[n-1]{0.95}$

(۳) $1 - \sqrt[n-1]{0.05}$

(۴) $1 - \sqrt[n]{0.05}$

۱۴۰- فرض کنید X دارای تابع چگالی احتمال $h(x)$ باشد و g_0, g_1 دو تابع چگالی احتمال معلوم باشند. اگر T^* یک آزمون MP

اندازه $\alpha \in (0, 1)$ برای آزمون فرض $H_0: h = g_0$ در مقابل فرض $H_1: h = g_1$ و توان آزمون T^* یعنی β کمتر از ۱

باشد، گزینه صحیح کدام است؟

(۱) $1 - T^*$ یک آزمون MP اندازه $1 - \beta$ برای آزمون فرض $H_0: h = g_1$ در مقابل فرض $H_1: h = g_0$ است.

(۲) $1 - T^*$ یک آزمون MP اندازه α برای آزمون فرض $H_0: h = g_0$ در مقابل فرض $H_1: h = g_1$ است.

(۳) $1 - T^*$ یک آزمون MP اندازه α برای آزمون فرض $H_0: h = g_1$ در مقابل فرض $H_1: h = g_0$ است.

(۴) $1 - T^*$ یک آزمون MP نیست.





۱۴۱- مقدار $\int_0^1 \cosh x dx + \int_1^2 \frac{e+e^{-1}}{2} \cosh^{-1} x dx$ برابر است با:

(۱) $\cosh 1$

(۲) $2 \cosh 1$

(۳) $\cosh 2 - 2 \sinh 1 + 1$

(۴) $\cosh 2 - \cosh 1$

۱۴۲- اگر تابع $f(x)$ فرد باشد آنگاه تابع $g(x) = \frac{e^{f(x)} - 1}{e^{f(x)} + 1}$

(۱) فرد است.

(۲) زوج است.

(۳) نه فرد است و نه زوج.

(۴) هم فرد است و هم زوج.

۱۴۳- فرض کنید a_n یک دنباله حقیقی باشد به طوری که برای دو عدد حقیقی b و c داریم:

$$|a_n| < bc^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

برای کدام مقادیر x سری $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{x^n}$ همگرا است؟

(۱) برای $|x| > \frac{b}{c}$

(۲) برای $|x| < \frac{b}{c}$

(۳) برای $|x| < c$

(۴) برای $|x| > c$

۱۴۴- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right)^{\frac{1}{n}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{e}$

(۲) $\frac{4}{e}$

(۳) $\frac{1}{e}$

(۴) $\frac{3}{e}$

۱۴۵- مشتق تابع $f(x) = \ln\left(\frac{\sin x}{2}\right) + \ln(1 + \tan^2 \frac{x}{2})$ در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

(۱) $-\ln 2$

(۲) صفر

(۳) ۱

(۴) $\ln 2$





۱۴۶- حجم ناحیه R که بالای صفحه xy است و از اطراف به هذلولی گون یک پارچه $1 = x^2 + y^2 - \frac{z^2}{4}$ و از بالا به رویه

$4 - z = x^2 + y^2$ محدود می‌باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$

(۲) $5\pi - \pi\sqrt{3}$

(۳) $10\pi - 4\pi\sqrt{3}$

(۴) $\frac{14\pi}{3}$

۱۴۷- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \int_x^1 \frac{\cos t}{t^2} dt$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) ۰

(۳) ۱

(۴) ∞

۱۴۸- برای تابع $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ کدام گزینه صحیح است؟

(۱) f در مبدا ناپیوسته است.

(۲) f_y در مبدا پیوسته است.

(۳) f_x در مبدا ناپیوسته است.

(۴) مشتقات پاره‌ای f در مبدا موجود نیست.

۱۴۹- انتگرال $\int_1^4 \int_0^{\sqrt{4y-y^2}} f(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$ برابر است با:

(۱) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\frac{2}{\sin \theta}}^{\frac{4}{\sin \theta}} f(r) r dr d\theta$

(۲) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\frac{2}{\sin \theta}}^{\frac{4}{\sin \theta}} f(r) r dr d\theta$

(۳) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\frac{2}{\cos \theta}}^{\frac{4}{\cos \theta}} f(r) r dr d\theta$

(۴) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\frac{2}{\cos \theta}}^{\frac{4}{\cos \theta}} f(r) r dr d\theta$





۱۵۰- معادله خط مماس بر محل تلاقی رویه‌های $x+z-4=0$ و $x^2+y^2-z=0$ در نقطه $p(0, \sqrt{2}, 4)$ عبارت است از:

(۱) $x = 2t\sqrt{2}, y = \sqrt{2}, z = 4$

(۲) $x = 2t\sqrt{2}, y = \sqrt{2}, z = 4 - 2t\sqrt{2}$

(۳) $x = t, y = \sqrt{2}, z = 4+t$

(۴) $x = 0, y = 2\sqrt{2} - t\sqrt{2}, z = 4$

۱۵۱- بیشترین میزان تغییرات تابع $f(x, y, z) = z \ln(x^2 + y^2 - 1)$ در نقطه $p(1, 1, 1)$ برابر است با:

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) ۲

(۴) $2\sqrt{2}$

۱۵۲- حاصل $\int_0^1 \int_{x^2}^x \frac{e^{\sqrt{y}}}{y - y\sqrt{y}} dy dx$ کدام است؟

(۱) $e - 1$

(۲) $2(e - 1)$

(۳) e

(۴) $2e$

۱۵۳- در \mathbb{R} با متریک گسسته کدام گزاره درست نیست؟

(۱) هر زیر مجموعه \mathbb{R} کراندار است.

(۲) درون مجموعه اعداد گنگ تهی نیست.

(۳) Q (مجموعه اعداد گویا) در \mathbb{R} چگال است.

(۴) تنها زیر مجموعه‌های همبند \mathbb{R} ، زیر مجموعه‌های تک عضوی می‌باشند.

۱۵۴- فرض کنید (X, d) یک فضای متریک و A و B دو زیر مجموعه غیر خالی از X باشند. اگر A° مجموعه نقاط درونی A و A' مجموعه نقاط حدی A باشد، کدام گزینه درست نیست؟

(۱) $(A \cup B)' = A' \cup B'$

(۲) $(A \cap B)' = A' \cap B'$

(۳) $(A \cap B)^\circ = A^\circ \cap B^\circ$

(۴) $(A \cup B)^\circ = A^\circ \cup B^\circ$

۱۵۵- کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر X زیر فضایی برداری از \mathbb{R}^T باشد که یک نقطه درونی دارد آنگاه $X = \mathbb{R}^T$

(۲) اجتماع n خط $(2 \leq n)$ که از مبدا می‌گذرند یک زیر فضای برداری \mathbb{R}^T است.

(۳) اجتماع ناحیه‌های اول و سوم صفحه اقلیدسی \mathbb{R}^T زیر فضای برداری \mathbb{R}^T است.

(۴) هر مجموعه محدب و بی کران در \mathbb{R}^T یک زیر فضای برداری \mathbb{R}^T است.





۱۵۶- فرض کنید $\{a_n\}$ دنباله‌ای نزولی از اعداد نامنفی باشد، در این صورت کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ همگرا باشد، آن گاه $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ همگرا است.

(۲) اگر $\sum_{n=1}^{\infty} na_n$ همگرا باشد، آن گاه $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا است.

(۳) اگر $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ همگرا باشد، آن گاه $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ همگرا است.

(۴) اگر $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ همگرا باشد، آن گاه $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{a_n}$ همگرا است.

۱۵۷- فرض کنیم a_n جمله n ام سری $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \dots + \frac{1}{\Delta^n} + \frac{1}{\gamma^n} + \dots$ باشد. کدام گزینه درست است؟

(۱) $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \infty$ و $\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$

(۲) $\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \infty$

(۳) $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ و $\limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

(۴) $\limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$ و $\liminf_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{7}}$

۱۵۸- فرض کنید $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با برد شما را و $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی باشد که $g \circ f$ پیوسته است. در صورتی که برد f را به $R(f)$

نمایش دهیم با کدام شرط f تابعی پیوسته است؟

(۱) اگر g بر $R(f)$ غیر ثابت باشد.

(۲) اگر g بر مجموعه اعداد گویا یک به یک باشد.

(۳) اگر g بر $R(f)$ ثابت باشد.

(۴) اگر g بر $R(f)$ یک به یک باشد.

۱۵۹- فرض کنیم X, Y, Z سه فضای متریک و f, g, h توابعی باشند که $g: X \rightarrow Y, h: X \rightarrow Z, f: Y \rightarrow Z$ به

طوری که $f \circ g = h$ ، که در آن h نگاشتی باز و g تابعی پیوسته است. در این صورت:

(۱) f تابعی پیوسته است.

(۲) f یک نگاشت باز است.

(۳) h تابعی پیوسته است.

(۴) g یک نگاشت باز است.

۱۶۰- کدام گزاره درست نیست؟

(۱) اگر تابع حقیقی f بر (a, b) مشتق پذیر و f' بر (a, b) کراندار باشد آنگاه f بر (a, b) در شرط لیب شیتس صدق می کند.

(۲) اگر تابع حقیقی f بر (a, b) مشتق پذیر باشد و در شرط لیب شیتس صدق کند آنگاه f' بر (a, b) کراندار است.

(۳) اگر تابع حقیقی f بر (a, b) پیوسته یکنواخت و مشتق پذیر باشد آنگاه f' بر (a, b) کراندار است.

(۴) اگر تابع حقیقی f بر (a, b) در شرط لیب شیتس صدق کند آنگاه f بر (a, b) پیوسته یکنواخت است.

