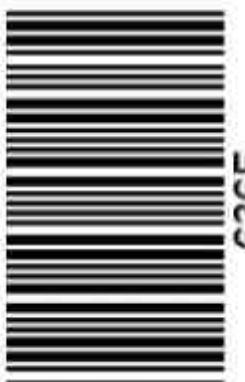


# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد



636F

636  
F

نام

نام خانوادگی

محل اقامت

عصر جمعه  
۹۳/۱۱/۱۷اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

## آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل – سال ۱۳۹۴

مجموعه آمار – کد ۱۲۰۷

مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۱۳۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	شماره سوال	تعداد سوال	شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۳۰	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبرخطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۴۵	۴۵	۷۵
۳	دروس تخصصی (احتمال، آمار ریاضی، نمونه‌گیری و رگرسیون)	۶۰	۶۰	۱۲۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

بهمن ماه – سال ۱۳۹۳

حق جاپ، تکنیک و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) بس از برگزاری آذون، برای تعامل انسانی حبیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجلز می‌باشد و با مخالفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

## PART A: Vocabulary

**Directions:** Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark your answer sheet.

- 1- Your new spokesperson is very ----- and clearly comfortable speaking in front of large audiences.  
1) impatient      2) willful      3) voluble      4) modish
- 2- That ring is made from an ----- of minerals; if it were pure gold it would never hold its shape.  
1) occurrence      2) elaboration      3) intervention      4) amalgam
- 3- Fortunately, the parliament ----- the new law that would prohibit companies from discriminating according to race in their hiring practices.  
1) abridged      2) ratified      3) magnified      4) persuaded
- 4- The teacher did not appreciate the student's ----- and gave him detention.  
1) sarcasm      2) advent      3) blunder      4) reverie
- 5- The police have not yet been able to find the missing child; to all of the searchers, the child's location is still a great -----.  
1) fallacy      2) enigma      3) remorse      4) sympathy
- 6- I really feel sad to say that we are now witnessing environmental destruction on an ----- scale.  
1) implicit      2) inadvertent      3) articulated      4) unprecedented
- 7- Ted was severely ----- by his colleagues for his use of offensive language when addressing the guests.  
1) deviated      2) castigated      3) resigned      4) hardened
- 8- As shrinking military budgets add to economic woes, arms manufacturers are ----- seeking to expand their markets.  
1) nocturnally      2) equivocally      3) indecisively      4) aggressively
- 9- Much to my -----, I should confess that we don't have a good indication that women are actually taking better care of themselves today.  
1) indifference      2) verification      3) chagrin      4) jubilance
- 10- It is to be remembered that living in a ----- country is no guarantee you will necessarily live a long life.  
1) prosperous      2) conceptual      3) conceivable      4) long-winded

## PART B: Cloze Passage

**Directions:** Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark your answer sheet.

The human question is the big one. (11) ----- on humans are very thin. Most human populations that are forced to survive on low-calorie diets are also malnourished and are as likely (12) ----- from vitamin and mineral deficiencies. (13) ----- is on the Japanese island of Okinawa, Walford notes: "The Okinawans have about (14) ----- the calorie intake of the rest of Japan. They eat mainly fish and vegetables. They have as much as 40 times the incidence of people (15) ----- 100. They have less diabetes, tumors and so forth than the rest of Japan."

- |                                                                  |                                                                 |
|------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| 11- 1) The data exist<br>3) Existing data that are               | 2) The data whose existence<br>4) The existing data             |
| 12- 1) not to die as prematurely<br>3) so not to prematurely die | 2) as not to die prematurely<br>4) not to die prematurely as    |
| 13- 1) Only one exception to know<br>3) The only known exception | 2) The only exception to know<br>4) One exception is only known |

- |                                       |         |                                                  |
|---------------------------------------|---------|--------------------------------------------------|
| 14- 1) 70 percent of<br>3) 70 percent | 2) for  | 2) a percentage of 70<br>4) 70 of the percentage |
| 15- 1) in                             | 2) over | 3) over<br>4) with                               |

## PART C: Reading Comprehension

**Directions:** Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4) and then mark the correct choice on your answer sheet.

### PASSAGE 1:

In probability theory, the expected value of a random variable is intuitively the long-run average value of repetitions of the experiments it represents. Less roughly, the law of large numbers guarantees that the arithmetic mean of the values almost surely converges to the expected value as the number of repetitions goes to infinity. More practically, the expected value of a discrete random variable is the probability weighted average of all possible values. In other words, each possible value a random variable can assume is multiplied by its probability of occurring, and the resulting products are summed to obtain the expected value. The same works for continuous random variable, except the sum is replaced by an integral and the probabilities by probability densities. For distributions which are neither discrete nor continuous, the expected value of a random variable is the integral of the random variable with respect to its probability measure.

- 16- The expected value of a discrete random variable is the -----.
- 1) arithmetic mean
  - 2) average
  - 3) integral of random variable
  - 4) sum of the production of random variable values by its probability
- 17- Which kind of convergence is considered for the law of large numbers?
- 1) Arithmetic mean
  - 2) Almost surely convergence
  - 3) Convergence in mean
  - 4) Expected value
- 18- For a probability density, the expected value of the related random variable is the -----.
- 1) probability-weighted average
  - 2) integral of random variable with respect to the probability measure
  - 3) average of all possible values
  - 4) continuous random variable
- 19- Based on the law of large numbers the ----- converges to the expected value.
- 1) harmonic mean
  - 2) median
  - 3) arithmetic mean
  - 4) geometric mean
- 20- The expected value for distributions which are neither discrete nor continuous is -----.
- 1) integral of random variable with respect to its probability measure
  - 2) sum of probabilities produce by its values
  - 3) integral of the random variable multiplied by probability measure
  - 4) a measure

**PASSAGE 2:**

We define sample mean  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  and sample variance  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ , where  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  comprises a random sample from some population. It is well known that  $\bar{X}$  and  $S^2$  are independent if the population is normally distributed. Now, naturally we can ask a question: Are  $\bar{X}$  and  $S^2$  independent without the assumption of normality? The answer to this question is "No" according to the following theorem found in Lukacs (1942).

*Theorem: If the variance (or second moment) of a population distribution exists, then a necessary and sufficient condition for the normality of the population distribution is that  $\bar{X}$  and  $S^2$  are mutually independent.*

*Remark:* That the normality is a necessary condition for the independence between  $\bar{X}$  and  $S^2$  was first proved by Geary (1936) using a mathematical tool provided by R. A. Fisher, but the proof in Lukacs (1942) is easier to understand.

**21- What comprises a random sample?**

- 1)  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$
- 2) Normal population
- 3) Sample mean
- 4) Sample variance

**22-  $\bar{X}$  and  $S^2$  are independent**

- 1) all the time
- 2) under uniform assumption
- 3) if uncorrelated
- 4) under normal assumption

**23- Who first proved the theorem?**

- 1) Fisher
- 2) Lukacs
- 3) Geary
- 4) Pearson

**24- Whose proof is easier?**

- 1) Fisher's
- 2) Geary's
- 3) Lukacs'
- 4) Pearson's

**25- A condition for the theorem is the existence of the**

- 1) variance
- 2) mean
- 3) third moment
- 4) fourth moment

**PASSAGE 3:**

Most departments of statistics teach at least one course on the difficult concepts of convergence in probability ( $P$ ), almost sure convergence ( $a.s.$ ), convergence in law ( $L$ ), and convergence in  $r$ th mean ( $r$ ) at the graduate level (see Sethuraman 1995). Indeed, as pointed out by Boyce et al. (2001), "statistical theory is an important part of the curriculum, and is particularly important for students headed for graduate school." Such knowledge is prescribed by learned statistics societies (e.g., the Accreditation of Statisticians by the Statistical Society of Canada and Curriculum Guidelines for Undergraduate Programs in Statistical Science by the American Statistical Association). The main textbooks (e.g., Chung, 1974; Billingsley, 1986; Ferguson, 1996; Lehmann, 2001; Serfling 2002) devote about 15 pages to defining these convergence concepts and their interrelations. Very often, these concepts are provided as definitions, and students are exposed only to some basic properties and to the universal implications.

**26- Where do they teach the concepts of convergence?**

- 1) In departments of statistics
- 2) In colleges
- 3) In high schools
- 4) In societies

**27- How many concepts of convergence do they teach?**

- 1) One
- 2) three
- 3) Two
- 4) four

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- 28- At what level are the complicated concepts of convergence taught?  
1) PhD                  2) Graduate                  3) Undergraduate    4) High school
- 29- How many textbooks devoted to convergence are mentioned in the passage?  
1) One                  2) Two                  3) Three                  4) Five
- 30- How are the concepts often provided?  
1) As definitions                  2) As theorems  
3) As examples                  4) As homework

دروس پایه:

ریاضیات عمومی

-۳۱- انحنای منحنی  $\vec{r}(t) = t\hat{i} + \cosh t\hat{j}$  کدام است؟

$$\frac{1}{\cosh t} \quad (1)$$
$$\frac{t}{\cosh^2 t} \quad (2)$$
$$\frac{1}{\cosh 2t} \quad (3)$$
$$\frac{1}{\cosh^2 t} \quad (4)$$

-۳۲- اگر T مکعبی در  $\mathbb{R}^3$  اول فضا باشد که رئوس آن  $(0,0,0)$  و  $(1,0,0)$  و  $(0,1,0)$  و  $(0,0,1)$  هستند، مقدار

$$\iiint_T e^{x+y+z} dv$$

$$(e-1)^3 \quad (1)$$
$$e^3 - 1 \quad (2)$$
$$e^3 + 1 \quad (3)$$
$$(e+1)^3 \quad (4)$$

-۳۳- مقدار مشتق پنجم  $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$  در  $x=0$  کدام است؟

$$120 \quad (1)$$
$$-120 \quad (2)$$
$$-1 \quad (3)$$
$$1 \quad (4)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

$$\dots \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n-1}} - 34$$

(۱) واگرا است.

(۲) همگراست و مجموع آن  $\frac{49}{36} + 1$  است.

(۳) همگراست و مجموع آن  $\frac{7}{6}$  است.

(۴) همگراست و مجموع آن  $\frac{49}{36}$  است.

- ۳۵ - مجموعه نقاط  $Z$  در صفحه مختلط که  $|z|^2 - 3|z| + 2 < 0$  کدام است؟

$$\left\{ z = x + iy \mid 2 < x^2 + y^2 < 4 \right\} (۱)$$

$$\left\{ z = x + iy \mid 1 < x^2 + y^2 < 4 \right\} (۲)$$

$$\left\{ z = x + iy \mid 1 < x^2 + y^2 < 2 \right\} (۳)$$

$$\left\{ z = x + iy \mid 1 < x^2 + y^2 < 5 \right\} (۴)$$

- ۳۶ - مقدار انتگرال معین  $\int_0^{\ln 4} e^x \ln(e^{-x} + 1) dx$  کدام است؟

$$\ln\left(\frac{4}{27}\right) (۱)$$

$$\ln\left(\frac{27}{4}\right) (۲)$$

$$\ln\left(\frac{27}{16}\right) (۳)$$

$$\ln\left(\frac{9}{4}\right) (۴)$$

- ۳۷ -  $f$  تابعی دو بار مشتق پذیر بوده که به ازای  $a \neq 0$ .

$$\int_0^a (f'(x) + x f''(x)) dx = a$$

مقدار  $f'(a)$  کدام است؟

$$\frac{1}{2}a (۱)$$

$$0 (۲)$$

$$1 (۳)$$

$$a (۴)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

-۳۸ - ماکسیمم مقدار  $f(x,y) = 9 - x^2 - y^2$  روی خط  $x + y = 3$  کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{12}{2} \quad (2)$$

$$\frac{9}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{9} \quad (4)$$

-۳۹ - مقدار انتگرال  $\iint_A xe^{x^2-y^2} dy dx$  که در آن  $A$  ناحیه محدود به خطوط  $x = y$ ،  $y = x$  و  $y = 1$ ،  $y = x - 1$  باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{2}\pi^3 + \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{4}e - \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{2}e - \frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4}\pi^3 - \frac{1}{2} \quad (4)$$

## مبانی علوم ریاضی

-۴۰ - فرض کنیم  $g: Y \rightarrow Z$  تابع دوسویی و  $f: X \rightarrow Y$  تابع باشد و  $h = g \circ f: X \rightarrow Z$  کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) اگر  $f$  یک به یک باشد آنگاه  $h$  تابع دوسویی است.

(۲) اگر  $f$  یک به یک نباشد آنگاه  $h$  یک به یک نیست.

(۳) اگر  $f$  یک به یک باشد آنگاه  $h$  یک به یک است.

(۴) اگر  $f$  پوشاش باشد آنگاه  $h$  هم پوشاش است.

-۴۱ - اگر  $\{x : x \in A \& x \notin B\}$  آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

$$(A \times C) \cap (B \times D) = (A \cap B) \times (C \cap D) \quad (1)$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C) \quad (2)$$

$$A \cup (B - C) = (A \cup B) - (A \cup C) \quad (3)$$

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C) \quad (4)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۴۲ - کدام گزینه درست است؟

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n+1}, \frac{1}{n-1} \right) = \{ \circ \} \quad (1)$$

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n} \right) = \{ \circ \} \quad (2)$$

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n} \right) = [\circ, 2] \quad (3)$$

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} \left( -\frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n} \right) = \left( -\frac{1}{1}, 1 \right) \quad (4)$$

- ۴۳ - فرض کنیم  $f : X \rightarrow Y$  یک تابع باشد.  $A, B \subseteq X$  و  $C \subseteq Y$ . اگر  $A \setminus B$  به مفهوم مکمل  $B$  نسبت به

باشد، کدام گزینه نادرست است؟

$$f(f^{-1}(C)) = f(X) \cap C \quad (1)$$

$$f(A \cap f^{-1}(C)) = f(A) \cap C \quad (2)$$

$$f(A \setminus B) = f(A) \setminus f(B) \quad (3)$$

$$f^{-1}(Y \setminus C) = X \setminus f^{-1}(C) \quad (4)$$

- ۴۴ - فرض کنید  $a, b \in R$  و  $m, n \in N$  در این صورت:

(۱) اگر  $a < b$  آنگاه  $a^n < b^n$

(۲) شرط لازم و کافی برای آنکه  $a < b$  آنست که  $a^r < b^r$

(۳) با فرض  $a \neq 0$  و  $m < n$  اگر و تنها اگر  $a^m < a^n$

(۴) اگر  $a < b$  آنگاه  $a^n < b^n$

- ۴۵ - فرض کنیم  $\aleph_0 = \text{card}(N)$  عدد اصلی مجموعه اعداد طبیعی  $N$  باشد. کدام گزینه نادرست است؟

$$\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \quad (1)$$

$$\aleph_0 = \text{card}([\circ, 1]) \quad (2)$$

(۳) به ازای هر  $n \in N$  و  $R^n$  هم عدد (هم ارز) هستند.

(۴) به ازای هر  $n \in N$   $\aleph_0^n = \aleph_0$

## مبانی ماتریس‌ها و جبرخطی

- ۴۶ فرض کنیم  $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ . کدام یک از زیرفضاهای  $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$  روی میدان  $\mathbb{C}$ ، تحت  $A$  پایا هستند (میدان اعداد مختلط است)؟

- (۱)  $\langle (1+i, 2) \rangle$
- (۲)  $\langle (1+i, 1-i) \rangle$
- (۳)  $\langle (2, 2+i) \rangle$
- (۴)  $\langle (2, 1-2i) \rangle$

- ۴۷ فرض کنید  $[X] = [1, 0, a, 1, b]$  ماتریسی  $5 \times 1$  با درایه‌های حقیقی باشد. کدام گزینه در مورد پوچی

ماتریس  $X^t X$  صحیح است؟

- (۱) پوچی برابر ۴ است.
- (۲) پوچی برابر ۳ است.
- (۳) اگر  $a = b = 0$ ، پوچی برابر ۲ است.
- (۴) اگر  $a = b = 1$ ، پوچی برابر ۱ است.

- ۴۸ فرض کنید  $\mathbb{C}$  میدان اعداد مختلط باشد و فضای برداری  $V = \mathbb{C}^4$  را روی  $\mathbb{C}$  در نظر بگیرید. فرض کنید  $W_1 = \langle (0, 1, 2, -1), (i, 0, 1, 1) \rangle$ ،  $W_2 = \langle (1, 1, 1, 0), (-1, 0, 1, -1) \rangle$  که  $W = W_1 + W_2$  زیر

فضاهای  $V$  باشند. در این صورت بعد  $W$  به عنوان یک فضای برداری روی  $\mathbb{R}$  کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۶
- (۴) ۸

- ۴۹ فرض کنید  $T: M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  یک نگاشت خطی با ضابطه  $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  باشد. کدام گزینه درباره بعد هسته  $T$  صحیح است؟

- $\dim \ker T = 0$  (۱)
- $\dim \ker T = 1$  (۲)
- $\dim \ker T = 2$  (۳)
- $\dim \ker T = 3$  (۴)

- ۵۰ فرض کنید ماتریس  $(A^T = A + 2I)$  و رتبهٔ ماتریس  $A \in M_{10}(\mathbb{R})$  برابر ۳ باشد. در این صورت  $\text{tr}(A)$  برابر است با:

- (۱) -۲
- (۲) -۱
- (۳) ۱
- (۴) ۲

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

-۵۱- فرض کنید  $\mathbb{Q}$  میدان اعداد گویا است و  $A^{\lambda} = I$ ,  $A \in M_2(\mathbb{Q})$ . کدام گزینه صحیح است؟

$A^4 = I$  (۲)

$A^7 = I$  (۱)

$A^3 = -I$  (۴)

$A^3 = I$  (۳)

## مبانی آنالیز ریاضی

-۵۲- هرگاه  $\{a_n\}$  دنباله‌ای از اعداد مثبت و  $\sigma_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$  آنگاه کدام گزینه درست است؟

$\limsup a_n \leq \limsup \sigma_n$  (۱)

$\liminf a_n \leq \liminf \sigma_n$  (۲)

$\liminf \sigma_n \leq \liminf a_n$  (۳)

(۴) اگر دنباله  $\{\sigma_n\}$  همگرا باشد آنگاه دنباله  $\{a_n\}$  همگرا است.

-۵۳- تابع  $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$  با ضابطه:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \notin \mathbb{Q} \\ m \sin \frac{1}{n} & x \in \mathbb{Q}, x = \frac{m}{n}, (m,n)=1 \end{cases}$$

تعریف می‌شود. کدام گزینه درست است؟

(۱)  $f$  بر  $[0,1]$  پیوسته است.

(۲)  $f$  در هر نقطه از بازه  $[0,1]$  حد دارد.

(۳) تعداد نقاط پیوستگی  $f$  در  $[0,1]$  شمارا است.

(۴) ناپیوستگی‌های  $f$  در صورت وجود از نوع دوم است.

-۵۴- کدام تابع بر  $(0, \infty)$  یکنواخت پیوسته است؟

$x^2$  (۱)

$x \sin x$  (۲)

$x \sin \frac{1}{x}$  (۳)

$\sin \frac{1}{x}$  (۴)

-۵۵- فرض کنیم  $R \rightarrow f: [a,b] \rightarrow R$  تابعی کراندار باشد و تابع  $g(x) = \inf_{a \leq t \leq x} f(t)$  با ضابطه

شود. در این صورت:

(۱) تابع  $g$  یکنواخت پیوسته است.

(۲) تابع  $g$  پیوسته است اما لزوماً یکنواخت پیوسته نیست.

(۳) اگر تابع  $f$  یکنواخت پیوسته باشد آنگاه تابع  $g$  نیز یکنواخت پیوسته است.

(۴) اگر تابع  $f$  یکنواخت پیوسته باشد آنگاه تابع  $g$  پیوسته است اما لزوماً یکنواخت پیوسته نیست.

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۵۵- فرض کنیم تابع غیر ثابت  $R \rightarrow [0,1]: f$  مشتق‌پذیر باشد،  $f'$  و  $f''$  صفر مشترک نداشته باشند و مجموعه صفرهای  $f''$  ناتهی باشد. در این صورت مجموعه صفرهای تابع  $f$  :
- (۱) تهی است.
  - (۲) ناشمارا است.
  - (۳) متناهی است.
  - (۴) شمارای نامتناهی است.

- ۵۶- فرض کنیم تابع  $f : R \rightarrow R$  مشتق‌پذیر باشد و  $f'(a) < f'(b)$ . کدام گزینه درست است؟
- (۱) مجموعه  $f'([a,b])$  فشرده است.
  - (۲) مجموعه  $f'([a,b])$  یک بازه است.
  - (۳) مجموعه  $f'([a,b])$  کراندار است.
  - (۴) مجموعه  $\{x \in [a,b] : f'(a) \leq f'(x) \leq f'(b)\}$  یک بازه است.

- ۵۷- فرض کنیم  $f : R \rightarrow R$  پیوسته باشد. تساوی  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(x+n) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(\frac{x}{n}) dx$  از کدام گزینه نتیجه می‌شود؟

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(x+n) dx = 0 \quad (۱)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(\frac{x}{n}) dx = 0 \quad (۲)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 (f(x))^n dx = 0 \quad (۳)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(nx) dx = 0 \quad (۴)$$

- ۵۸- فرض کنیم  $A = \{x > 0 : \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{x} - 1) \text{ همگرا است}\}$ . در این صورت:

$$A = \{0\} \quad (۱)$$

$$A = (0, \infty) \quad (۲)$$

$$A = (0, 1] \quad (۳)$$

$$A = (\frac{1}{e}, e) \quad (۴)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

۶۰- فرض کنیم  $\{a_n\}$  دنباله‌ای در  $R^n$  باشد و  $a_n^- = \frac{a_n - |a_n|}{2}$ ,  $a_n^+ = \frac{a_n + |a_n|}{2}$ . کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+ a_n^-$  همگرا باشد، آنگاه  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگرا است.

(۲) اگر  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگرا باشد، آنگاه  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$  و  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$  همگرای مطلق است.

(۳) اگر  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$  و  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$  همگرا هستند، آنگاه  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگرای مشروط باشد.

(۴) اگر  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$  و  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$  همگرای مشروط باشد، آنگاه  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  واگرا هستند.

۶۱- فرض کنیم  $A, B$  دو زیر مجموعه در  $R^n$  باشند و  $A - B = \{a - b : a \in A, b \in B\}$  در این صورت:

(۱) اگر  $A - B$  همبند باشد حداقل یکی از  $A$  و  $B$  همبند است.

(۲) اگر  $A$  و  $B$  همبند باشند آنگاه  $A - B$  همبند است.

(۳) اگر  $A$  و  $B$  بسته باشند آنگاه  $A - B$  بسته است.

(۴) اگر  $A$  فشرده و  $B$  بسته باشد آنگاه  $A - B$  فشرده است.

۶۲- فرض کنیم  $E$  و  $F$  دو زیر مجموعه ناتهی در  $R$  باشند. کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر  $y \in F^\circ$  آنگاه  $x \in E^\circ$  و  $(x, y) \in (E \times F)^\circ$ .

(۲) اگر  $y \in F'$  آنگاه  $x \in E'$  و  $(x, y) \in (E \times F)'$ .

(۳) اگر  $F' \neq \emptyset$  آنگاه  $(E \times F)' \neq \emptyset$ .

(۴) اگر  $(E \times F)^\circ \neq \emptyset$  آنگاه  $E^\circ \cup F^\circ \neq \emptyset$ .

۶۳- حداقل شرایط روی زیر مجموعه  $E$  از  $R$  که گزاره زیر راست باشد کدام است؟

برای هر دنباله نزولی و تودرتوی  $\{K_n\}_{n=1}^{\infty}$  از زیر مجموعه‌های فشرده  $R$ . اگر  $E = \bigcap_{k=1}^{\infty} K_n$  آنگاه یک

وجود دارد که  $K_n \subseteq E$

(۱)  $E$  بسته و لزوماً کراندار است.

(۲)  $E$  بسته و نه لزوماً کراندار است.

(۳) باز و لزوماً کراندار است.

(۴) باز و نه لزوماً کراندار است.

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

## مبانی آنالیز عددی

- ۶۴- در یک دستگاه ممیز شناور نرمال شده برای اعداد حقیقی با روش بریدن برای ارقام غیر قابل نمایش در مبنای ۲، هر عدد  $x \neq 0$  به صورت  $(0.d_1d_2d_3d_4)_{\text{۲}} \times 2^{d_5d_6}$  نمایش داده می‌شود که  $1 \leq d_1 \leq 2$ ،  $0 \leq d_i \leq 2$ ،  $i = 2, \dots, 6$ ، فاصله بین عدد ۷ و کوچک‌ترین عدد قابل نمایش بزرگ‌تر از ۷ چقدر است؟

$$\frac{1}{9} \quad (1)$$

$$\frac{1}{7} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

- ۶۵- در رابطه زیر گزینه صحیح برای نقطه چین کدام است؟

$$\frac{f(x + \frac{h}{2}) - 2f(x) + f(x - \frac{h}{2})}{\frac{h^2}{4}} + o(h^2) = \dots$$

$$f'(x) \quad (1)$$

$$f''(x + h) \quad (2)$$

$$f''(x) \quad (3)$$

$$f'(x + h) \quad (4)$$

- ۶۶- فرض کنید روش نیوتن برای حل مساله  $\max(\sin x \cos x - 1)$  به یک عدد مثبت  $x^*$  همگرا شده است. نرخ همگرایی مجانبی برابر کدام است؟

(۱) یک

(۲) دو

(۳) خطی

(۴) زبرخطی

- ۶۷- مقدار  $d$ ، تخمین مشتق تابع  $y(x) = \sqrt{x}$  در نقطه  $x = 1/05$  با  $\bar{x} = 1/05$  که در آن،  $y_1 = 1$  و  $y_2 = 1$ ، خطای برشی متناسب با ..... دارد.

۰/۰۰۰۱ (۱)

۰/۰۰۱ (۲)

۰/۰۱۵ (۳)

۰/۱ (۴)

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

۶۸- فرمول انتگرال گیری عددی (۱) برای چند جمله‌ای‌های تا

درجه‌ی ۲ دقیق است. تقریب این فرمول برای  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{4}$ (۲)  $\frac{7}{12}$ (۳)  $\frac{11}{12}$ (۴)  $\frac{5}{6}$ 

۶۹- تخمین (۱) برای جواب معادله دیفرانسیل به صورت  $y'' = e^{x^3}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$  با استفاده از سری تیلور مرتبه ۳ (تا مشتق سوم) به ازای یک قدم  $h = 1/10$  برابر کدام است؟

(۱) ۱/۱۳

(۲) ۱/۱۱

(۳) ۱/۱۱

(۴) ۱/۱

## مبانی احتمال

۷۰- داده‌های آماری با یک رقم اعشار با نمودار ساقه و برگ (تنه و شاخه) زیر داده شده است.

۷	۱	۱	۲	۳	۳	۶	۷	۸
۸	۱	۲	۳	۴	۴	۵	۶	۶
۹	۲	۲	۳	۳				

داده‌های کمتر از چارک اول و بیشتر از چارک سوم را حذف می‌کنیم میانگین داده‌های باقیمانده کدام است؟

(۱) ۸/۱۱

(۲) ۸/۱۶

(۳) ۸/۲

(۴) ۸/۳۴

۷۱- فرض کنید  $H$ ,  $G$  و  $\bar{x}$  به ترتیب نمایانگر میانگین‌های همساز (هارمونیک، توافقی)، هندسی و حسابی نمونه باشند. با فرض  $x_i = ar^{i-1}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $r > 0$  و  $a > 0$ . کدام رابطه همواره درست است؟

$$G^r = \bar{x} \times H \quad (۱)$$

$$\bar{x}^r = G \times H \quad (۲)$$

$$G = \frac{\bar{x} + H}{2} \quad (۳)$$

$$H^r = \bar{x} \times G \quad (۴)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

آزمون مجموعه آمار

636F

صفحه ۱۵

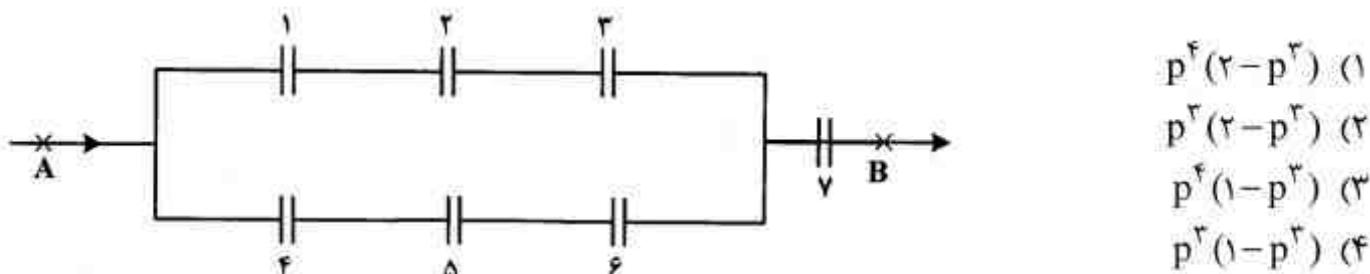
- ۷۲- در یک شرکت میانگین حقوق ماهیانه کارکنان مرد  $1,200,000$  تومان، میانگین حقوق کارکنان زن  $700,000$  تومان و میانگین حقوق کلیه کارکنان  $1,000,000$  تومان است. چند درصد کارکنان زن هستند؟

- (۱)  $\% 30$
- (۲)  $\% 40$
- (۳)  $\% 50$
- (۴)  $\% 60$

- ۷۳- سه جعبه با برچسب‌های  $10$ ،  $25$  و  $50$  تومان مشخص شده‌اند. به چند طریق می‌توان این سه جعبه را با سکه‌های مناسب فوق پر کرد تا ارزش مجموع سه جعبه  $2000$  تومان باشد؟

- (۱)  $702$
- (۲)  $716$
- (۳)  $820$
- (۴)  $861$

- ۷۴- در شکل زیر فرض کنید احتمال این که هر کدام از ۷ رله‌ی شبکه ارتباطی نشان داده شده درست کار کنند برابر  $p$  است. در صورتیکه رله‌ها مستقل از یکدیگر کار کنند، احتمال این که بتوان بین دو نقطه A و B ارتباط برقرار کرد کدام است؟



- ۷۵- فردی سه سکه در جیب دارد که یکی سالم و دو تای دیگر هر دو طرف شیر هستند. اگر این فرد یک سکه به تصادف از جیب خود خارج و ۲ بار پرتاب کند و هر دو بار شیر مشاهده شود، احتمال اینکه سکه سالم انتخاب شده باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{8}{9}$
- (۲)  $\frac{4}{5}$
- (۳)  $\frac{1}{5}$
- (۴)  $\frac{1}{9}$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

آزمون مجموعه آمار

صفحه ۱۶

636F

دروس تخصصی (احتمال، آمار ریاضی، نمونه‌گیری و رگرسیون ۱)

سطع زیر منحنی نرمال استاندارد											متغیر بطریق توزیع کاتی											متغیر بطریق توزیع نورمی																														
z		.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	df	.10	.05	.025	.01	.005	dfla	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005	dfla	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005	df	.10	.05	.025	.01	.005											
0.0	-5000	-5040	-5080	-5120	-5160	-5199	-5239	-5279	-5319	-5359	1	1.078	6.314	12.71	31.82	63.66	48.5	0.0001	0.0009	0.0039	1.8414	5.0238	6.6349	7.479	1	48.5	0.0001	0.0009	0.0039	1.8414	5.0238	6.6349	7.479	1	48.5	0.0001	0.0009	0.0039	1.8414	5.0238	6.6349	7.479										
0.1	-5198	-5418	-5478	-5517	-5557	-5596	-5636	-5675	-5714	-5753	2	1.885	2.920	4.203	6.363	9.225	2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596	2	1.885	2.920	4.203	6.363	9.225	2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596												
0.2	-5793	-5832	-5871	-5910	-5948	-5987	-6026	-6064	-6103	-6141	3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3084	11.344	12.938	3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3084	11.344	12.938												
0.3	-6179	-6217	-6255	-6293	-6331	-6368	-6406	-6443	-6480	-6517	4	1.533	2.132	2.747	4.541	6.747	4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	11.143	13.276	14.860	16.486	4	1.533	2.132	2.747	4.541	6.747	4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	11.143	13.276	14.860	16.486												
0.4	-6554	-6591	-6628	-6664	-6700	-6736	-6772	-6808	-6844	-6879	5	1.476	2.015	2.571	3.865	4.6212	5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749	5	1.476	2.015	2.571	3.865	4.6212	5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749												
0.5	-6915	-6950	-6985	-7019	-7054	-7123	-7157	-7190	-7224	-7257	6	1.404	2.047	2.343	3.143	3.707	6	0.675	0.8770	1.2373	1.6353	12.591	14.4469	16.811	18.547	6	1.404	2.047	2.343	3.143	3.707	6	0.675	0.8770	1.2373	1.6353	12.591	14.4469	16.811	18.547												
0.6	-7257	-7291	-7324	-7357	-7389	-7422	-7454	-7486	-7517	-7549	7	1.357	2.098	2.465	3.499	4.097	7	0.989	1.2390	1.6998	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277	7	1.357	2.098	2.465	3.499	4.097	7	0.989	1.2390	1.6998	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277												
0.7	-7590	-7611	-7642	-7673	-7704	-7734	-7764	-7794	-7823	-7852	8	1.397	2.096	2.355	3.133	3.735	8	1.397	1.6660	2.0306	2.896	3.355	11.344	15.507	17.534	20.096	8	1.397	2.096	2.355	3.133	3.735	8	1.397	1.6660	2.0306	2.896	3.355	11.344	15.507	17.534	20.096										
0.8	-7881	-7910	-7939	-7959	-7978	-8003	-8023	-8043	-8063	-8083	9	1.383	2.032	2.871	3.250	3.714	9	1.714	2.0879	2.7003	3.1251	16.918	19.023	21.665	23.589	9	1.383	2.032	2.871	3.250	3.714	9	1.714	2.0879	2.7003	3.1251	16.918	19.023	21.665	23.589												
0.9	-8159	-8186	-8212	-8238	-8264	-8289	-8315	-8340	-8365	-8389	10	1.372	2.228	2.764	3.169	3.728	10	2.155	2.5582	3.0534	3.4115	13.469	18.307	20.443	23.209	10	1.372	2.228	2.764	3.169	3.728	10	2.155	2.5582	3.0534	3.4115	13.469	18.307	20.443	23.209												
1.0	-8413	-8438	-8461	-8485	-8508	-8534	-8554	-8577	-8599	-8621	11	1.363	2.201	2.718	3.106	3.671	11	2.603	3.0705	3.4603	3.8157	13.469	18.307	20.443	23.209	11	1.363	2.201	2.718	3.106	3.671	11	2.603	3.0705	3.4603	3.8157	13.469	18.307	20.443	23.209												
1.1	-8643	-8665	-8686	-8708	-8729	-8750	-8770	-8790	-8810	-8830	12	1.356	2.179	2.681	3.055	3.507	12	3.073	3.4867	3.8260	4.1069	13.469	18.307	20.443	23.209	12	1.356	2.179	2.681	3.055	3.507	12	3.073	3.4867	3.8260	4.1069	13.469	18.307	20.443	23.209												
1.2	-8849	-8869	-8888	-8907	-8925	-8944	-8962	-8980	-8997	-9015	13	1.350	2.107	2.607	2.977	3.434	13	4.074	4.6604	5.0867	5.4918	22.352	24.755	27.688	29.819	13	1.350	2.107	2.607	2.977	3.434	13	4.074	4.6604	5.0867	5.4918	22.352	24.755	27.688	29.819												
1.3	-9032	-9069	-9096	-9123	-9151	-9179	-9207	-9235	-9263	-9291	14	1.345	2.047	2.511	2.847	3.311	14	1.753	2.111	2.602	2.947	3.414	15	4.600	5.2293	5.8162	6.3671	17.6099	24.495	27.488	30.577	15	1.345	2.047	2.511	2.847	3.311	14	1.753	2.111	2.602	2.947	3.414	15	4.600	5.2293	5.8162	6.3671	17.6099	24.495	27.488	30.577
1.4	-9194	-9219	-9244	-9272	-9300	-9329	-9357	-9385	-9413	-9441	15	1.337	2.077	2.536	2.873	3.321	15	1.746	2.146	2.636	2.981	3.441	16	5.142	5.8122	6.3916	6.9076	17.9616	26.296	28.845	31.999	16	1.337	2.077	2.536	2.873	3.321	15	1.746	2.146	2.636	2.981	3.441	16	5.142	5.8122	6.3916	6.9076	17.9616	26.296	28.845	31.999
1.5	-9312	-9345	-9357	-9370	-9382	-9394	-9406	-9418	-9429	-9441	16	1.337	2.137	2.676	3.016	3.476	16	1.746	2.210	2.710	3.056	3.517	17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	21.707	27.587	30.191	33.468	17	1.337	2.137	2.676	3.016	3.476	16	1.746	2.210	2.710	3.056	3.517	17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	21.707	27.587	30.191	33.468
1.6	-9452	-9463	-9474	-9484	-9495	-9505	-9515	-9525	-9535	-9545	17	1.330	2.140	2.696																																						

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۷۶- اگر تعداد زیر مجموعه های ۳ عضوی یک مجموعه با تعداد زیر مجموعه های ۴ عضوی آن برابر باشد، تعداد کل زیر مجموعه های آن کدام است؟

(۱) ۶۴

(۲) ۱۲۸

(۳) ۲۵۶

(۴) ۵۱۲

- ۷۷- مقدار  $\sum_{i=0}^{2^0} i \binom{2^0}{i}$  کدام است؟

(۱)  $2^{2^0}$ (۲)  $2^{2^1}$ (۳)  $5 \times 2^{2^0}$ (۴)  $5 \times 2^{2^1}$ 

- ۷۸- اگر  $X_1$  و  $X_2$  به ترتیب تعداد حالهای ظاهر شده در پرتاب مستقل دو تاس سالم باشند، احتمال اینکه کمتر از  $X_2$  باشد کدام است؟

(۱)  $\frac{4}{12}$ (۲)  $\frac{5}{12}$ (۳)  $\frac{6}{12}$ (۴)  $\frac{7}{12}$ 

- ۷۹- دو نقطه به تصادف و مستقل از یکدیگر در فاصله  $[1, 5]$  انتخاب می شود. اگر D فاصله بین این دو نقطه باشد، مقدار  $P(D \leq 3)$  کدام است؟

(۱)  $5/18$ (۲)  $5/19$ (۳)  $5/81$ (۴)  $5/91$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

-۸۰- اگر متغیر تصادفی پیوسته  $X$  دارایتابع توزیع زیر باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ k(x-1)^{\gamma} & 1 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

- $\frac{1}{16}$  (۱)
- $\frac{1}{8}$  (۲)
- $\frac{1}{4}$  (۳)
- ۱ (۴)

-۸۱- اگر نمونه تصادفی از توزیع نرمال لگاریتمی (LN) (لاگ نرمال) با میانگین صفر و واریانس ۱

باشد، توزیع متغیر تصادفی  $X = \prod_{i=1}^n Y_i^\alpha$ ، که در آن  $0 < \alpha < ۱$ ، کدام است؟

- $N(0, n\alpha)$  (۱)
- $N(0, n\alpha^\gamma)$  (۲)
- $LN(0, n\alpha)$  (۳)
- $LN(0, n\alpha^\gamma)$  (۴)

-۸۲- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن با میانگین ۱ باشد. اگر  $T = \bar{X}(n - \bar{X})$ . کران بالا برای  $P(T = ۰)$  کدام است؟

- $2e^{-2n}$  (۱)
- $2e^{-n}$  (۲)
- $e^{-2n}$  (۳)
- $e^{-n}$  (۴)

-۸۳- فرض کنید برای متغیرهای تصادفی هم توزیع  $X_1, \dots, X_n$  داشته باشیم:

$$(X_i, X_j) = (X_1, X_2) ; \forall i \neq j , \sum_{i=1}^n X_i = ۰$$

ضریب همبستگی  $X_1$  و  $X_2$  کدام است؟

- $-\frac{1}{n-1}$  (۱)
- $-\frac{1}{n}$  (۲)
- $\frac{1}{n}$  (۳)
- $\frac{2}{n(n-1)}$  (۴)

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۸۴ - اگر  $Z \sim N(0, 1)$ ، مقدار  $\text{Var}(Z | Z|)$  کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

- ۸۵ - فرض کنید  $X_1, X_2, X_3, X_4$  متغیرهای تصادفی iid از توزیع برنولی با پارامتر  $p$  باشند، قرار دهید

$$E[X_1 | X = 2], \quad X = \sum_{i=1}^4 X_i$$

۰/۲۵ (۱)

۱/۳ (۲)

۰/۵ (۳)

۱/۴ (۴)

- ۸۶ - فرض کنید  $E(Y) = \begin{cases} 3 & X < 1 \\ 3X & X \geq 1 \end{cases}$  و  $X \sim U(0, 3)$  کدام است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۹/۲ (۳)

۵ (۴)

- ۸۷ - فرض کنید  $X \sim N(0, 1)$  و  $T$  از یکدیگر مستقل

باشند، توزیع  $Y = XT$  کدام است؟

$N(0, \frac{1}{4})$  (۱)

$N(0, 1)$  (۲)

$\text{bin}(2, \frac{1}{4})$  (۳)

$\text{bin}(2, \frac{1}{2})$  (۴)

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۸۸- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال  $f(x) = 2x, 0 < x < 1$  باشد.

$$\frac{\sqrt{n}(Y_n - a)}{b} \xrightarrow{d} N(0, 1) \text{، اگر } Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \text{ کدام است؟}$$

$$a = \frac{1}{2}, b = \sqrt{\frac{1}{12}} \quad (1)$$

$$a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$a = \frac{1}{4}, b = \sqrt{\frac{1}{12}} \quad (3)$$

$$a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2} \quad (4)$$

- ۸۹- برای یک نمونه تصادفی ۳ تایی از توزیع یکنواخت روی فاصله  $(0, 1)$ . احتمال اینکه میانه نمونه بین  $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$  باشد کدام است؟

$$\frac{9}{16} \quad (1)$$

$$\frac{10}{16} \quad (2)$$

$$\frac{11}{16} \quad (3)$$

$$\frac{12}{16} \quad (4)$$

- ۹۰- ده دوچرخهسوار در یک مسابقه شرکت دارند. هر دوچرخه سوار مسابقه را در مدت زمان  $T$  (ساعت) با تابع چگالی احتمال زیر به پایان می‌رسانند. احتمال اینکه دوچرخهسواری با کمتر از نیم ساعت برنده مسابقه شود. کدام است؟

$$f_T(t) = te^{-t}, t > 0$$

$$1 - \left( \frac{3}{2} e^{-0/5} \right)^{10} \quad (1)$$

$$1 - \left( \frac{1}{2} e^{-0/5} \right)^{10} \quad (2)$$

$$\left( \frac{3}{2} e^{-0/5} \right)^{10} \quad (3)$$

$$\left( \frac{1}{2} e^{-0/5} \right)^{10} \quad (4)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۹۱ - متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع مولد گشتاوری به صورت زیر است. تابع احتمال این متغیر کدام است؟

$$M_X(t) = \frac{1}{2} \left[ 2 + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \dots \right]$$

$$P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} ; k=0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$P(X=k) = \frac{e^{-\lambda}}{k!} ; k=0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

$$P(X=k) = \frac{1}{k!} \quad \text{if } k=1, -1, 2, -2, \dots \quad (3)$$

$$P(X=k) = \begin{cases} \frac{1}{k!} & \text{if } k=1, -1 \\ \frac{1}{2} & \text{if } k=0 \end{cases} \quad (4)$$

- ۹۲ - اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع  $N(1, 1)$  باشد، مقدار  $\text{Var}(e^X)$  کدام است؟

$$e-1 \quad (1)$$

$$e(e-1) \quad (2)$$

$$e^e(e-1) \quad (3)$$

$$e^e(e-1) \quad (4)$$

- ۹۳ - تعداد زمین لرزه‌ها در یک منطقه از توزیع پواسن با نرخ  $\lambda$  زمین لرزه در سال پیروی می‌کند. در صورتی که بدانیم دقیقاً دو زمین لرزه در یک سال رخ داده، احتمال اینکه هر دو زمین لرزه در سه ماهه اول سال رخ داده باشد کدام است؟ (برای سادگی همه ماهها را سی روزه و هر سال را ۱۲ ماه یعنی  $360$  روز در نظر بگیرید).

$$\frac{1}{16} \quad (1)$$

$$\frac{1}{12} \quad (2)$$

$$\frac{64}{225} \quad (3)$$

$$4e^{-4} \quad (4)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۹۴- فرض کنید  $X = y$  دارای توزیع یکنواخت در بازه  $(0, y)$  و توزیع  $Y$ ، گاما با پارامتر شکل  $\alpha$  و پارامتر مقیاس  $\beta$  باشد. واریانس  $X$  کدام است؟

$$\frac{\alpha\beta^2}{12} \quad (1)$$

$$\frac{\alpha\beta^2(\alpha+4)}{12} \quad (2)$$

$$\frac{\alpha\beta(1+\beta)}{12} \quad (3)$$

$$\frac{\alpha\beta^2(1+4\beta)}{12} \quad (4)$$

- ۹۵- اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل از هم با توزیع یکسان  $(1, 0) U$  باشند. توزیع حدی  $Y_n = nX_{(1)}$  کدام است؟

$$\text{Exp}\left(\frac{1}{4}\right) \quad (1)$$

$$\text{Exp}\left(\frac{1}{2}\right) \quad (2)$$

$$\text{Exp}(1) \quad (3)$$

$$\text{Exp}(2) \quad (4)$$

- ۹۶- فرض کنید  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  و  $X_1, X_2, \dots, X_n$  دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع‌های به ترتیب  $E(\lambda)$  و  $\Gamma(1, \lambda)$  باشند. آماره بسنده می‌نیمال کدام است؟

$$(Y_i \sim \Gamma(\alpha, \lambda) \rightarrow f_{\alpha, \lambda}(y) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{y^{\alpha+1}} e^{-\lambda y}, \quad X_i \sim E(\lambda) \rightarrow f_\lambda(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0 \quad \text{(راهنمایی: )}$$

$$\sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i^{-1} \quad (1)$$

$$\prod_{i=1}^n X_i \cdot Y_i^{-1} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n (X_i + Y_i^{-1}) \quad (3)$$

$$\prod_{i=1}^n (X_i + Y_i^{-1}) \quad (4)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۹۷- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $(1, \theta)$  باشد. کدامیک از آمارهای زیر بسنده هستند؟

$$(i) (X_1, \dots, X_n), \quad (ii) (X_1^r, \dots, X_n^r), \quad (iii) \left( \sum_{i=1}^k X_i, \sum_{i=k+1}^n X_i \right)$$

$$(iv) \sum_{i=1}^n X_i, \quad (v) \bar{X}, \quad (vi) \sum_{i=1}^n X_i^r, \quad (vii) \left( \sum_{i=1}^n X_i \right)^r$$

(۱) فقط آمارهای (v)-(i) برای  $\theta$  بسنده هستند.

(۲) فقط آمارهای (v)-(i) برای  $\theta$  بسنده هستند.

(۳) کلیه آمارهها به جز (vi) برای  $\theta$  بسنده هستند.

(۴) کلیه آمارهها برای  $\theta$  بسنده هستند.

- ۹۸- فرض کنید  $X$  دارای تابع چگال احتمال زیر باشد.

$$f(x) = c f_1(x) f_2^r(x), \quad x = 0, 1, \dots, m$$

که در آن  $f_1(x)$  تابع احتمال توزیع دو جمله‌ای با پارامترهای  $(m, \theta)$  و  $f_2(x)$  تابع احتمال توزیع هندسی با پارامتر  $\theta$  می‌باشند. بر اساس یک نمونه تصادفی  $X_1, \dots, X_n$  از  $X$  آماره بسنده برای  $\theta$  کدام است؟

$$\sum_{i=1}^n X_i \text{ (۱)}$$

$$\prod_{i=1}^n X_i \text{ (۲)}$$

$$\sum_{i=1}^n \binom{m}{X_i} \text{ (۳)}$$

$$\prod_{i=1}^n \binom{m}{X_i} \text{ (۴)}$$

- ۹۹- تعداد  $k$  سکه سالم را ۱۰ بار مستقل از هم پرتاب می‌کنیم. اگر تعداد شیرها در ۱۰ پرتاب به صورت زیر باشد، برآورد گشتاوری  $k$  کدام است؟

۷, ۸, ۸, ۴, ۳, ۱۰, ۸, ۶, ۷, ۹

۲۰ (۱)

۱۴ (۲)

۱۰ (۳)

۷ (۴)

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

آزمون مجموعه آمار

636F

صفحه ۲۴

- ۱۰۰- اگر  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآورده‌گر ماکزیمم درستنمایی پارامتر  $p$  کدام است؟

$$f(x, p) = \begin{cases} p & x=1 \\ 1-p & x=-1 \end{cases}$$

$$\frac{\bar{X}}{2}$$

$$\bar{X}$$

$$\frac{\bar{X}-1}{2}$$

$$\frac{\bar{X}+1}{2}$$

- ۱۰۱- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع هندسی با تابع احتمال زیر باشد. اگر

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i u(X_i - 2)$$

$$f_\theta(x) = \theta(1-\theta)^{x-1}, \quad x=1, 2, \dots, 0 < \theta < 1$$

$$\frac{1}{\theta} - \theta$$

$$0 - \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1-\theta}{\theta}$$

$$\frac{\theta}{1-\theta}$$

- ۱۰۲- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع  $N(\mu, \theta)$  باشد. برآورده‌گر نااریب با کمترین واریانس پارامتر  $\theta^k$  کدام است؟

$$\Gamma(k+n) \left( \sum_i X_i^r \right)^k$$

$$\frac{\Gamma\left(\frac{n}{r}\right) \left( \sum_i X_i^r \right)^k}{\Gamma\left(k + \frac{n}{r}\right) r^k}$$

$$\sum_i X_i^{rk}$$

$$\left( \sum_i X_i^r \right)^k$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

۱۰۳ - اگر  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه‌ی تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{\theta x^{\theta-1}}{(1+x)^{\theta+1}} & x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

برآوردگر UMVU پارامتر  $\frac{1}{\theta}$  کدام است؟

$$\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i}{X_i + 1} \right) \text{(1)}$$

$$\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n \ln \left( 1 + \frac{1}{X_i} \right) \text{(2)}$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left( 1 + \frac{1}{X_i} \right) \text{(3)}$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{X_i}{1+X_i} \right) \text{(4)}$$

۱۰۴ - فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع  $N(\theta, 1)$  باشد. UMVUE پارامتر  $\gamma(\theta) = P_\theta(X_1 + X_2 \leq a)$  که در آن  $a$  مقدار ثابت و معلوم است، کدام است؟  $\Phi$  نمایانگر تابع توزیع نرمال استاندارد است.

$$\Phi \left( \sqrt{\frac{2n}{n-2}} \left( \frac{a}{2} - \bar{X} \right) \right) \text{(1)}$$

$$\Phi \left( \sqrt{\frac{n}{n-1}} (a - \bar{X}) \right) \text{(2)}$$

$$\Phi \left( \sqrt{\frac{2n}{n-2}} (a - \bar{X}) \right) \text{(3)}$$

$$\Phi \left( \sqrt{\frac{n}{n-1}} (2a - \bar{X}) \right) \text{(4)}$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۱۰۵ فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه‌ی تصادفی  $n$  تایی از توزیع  $(\mu, \sigma)$  باشد. کران پائین کرامر - رانو برای واریانس برآوردگر نااریب  $P(X_1 > 2\mu)$  کدام است؟

$$e^{-\mu} \quad (1)$$

$$\frac{e^{-\mu}}{n} \quad (2)$$

$$\frac{\mu}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

$$\frac{e^{-\mu}}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

- ۱۰۶ فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه‌ی تصادفی از تابع چگالی احتمال زیر باشد. ضریب اطمینان فاصله‌ی تصادفی  $(\min(X_i), \max(X_i))$  کدام است؟

$$f(x; \theta) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|} \quad -\infty < x < \infty, \quad -\infty < \theta < \infty$$

$$1 - \frac{1}{2^n} \quad (1)$$

$$1 - \frac{1}{2^{n-1}} \quad (2)$$

$$1 - \frac{1}{2^{n-2}} \quad (3)$$

$$1 - \frac{1}{2^{n+1}} \quad (4)$$

- ۱۰۷ فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه‌ی تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. یک بازه اطمینان  $(\hat{\theta} - z_{\alpha/2} \hat{\sigma}_{\hat{\theta}}, \hat{\theta} + z_{\alpha/2} \hat{\sigma}_{\hat{\theta}})$  درصدی با دمای  $\alpha$  برای پارامتر  $\theta$  بر پایه‌ی MLE کدام است؟

$$f(x, \theta) = e^{-x+\theta}, \quad x > \theta$$

$$\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (1)$$

$$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (2)$$

$$\left( \bar{X} + \frac{1}{n} \ln \left( \frac{\alpha}{\gamma} \right), \bar{X} + \frac{1}{n} \ln \left( 1 - \frac{\alpha}{\gamma} \right) \right) \quad (3)$$

$$\left( \bar{X} - \frac{1}{\gamma n} X_{\alpha/\gamma}^*(\gamma n), \bar{X} + \frac{1}{\gamma n} X_{1-\alpha/\gamma}^*(\gamma n) \right) \quad (4)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

۱۰۸ - متغیر تصادفی  $X$  در فاصله  $(0, 1)$  دارایتابع توزیع احتمال  $F(x) = x^{\alpha}$  یا  $G(x) = x^{\beta}$  است. بر اساس یک مشاهده، پرتوانترین آزمون برای  $H_0: X \sim F$  در برابر  $H_1: X \sim G$  را در نظر می‌گیریم. رابطه میان احتمال خطای نوع اول ( $\alpha$ ) و توان آزمون ( $\pi$ ) کدام است؟

$$\pi = \alpha^{\beta} \quad (1)$$

$$\alpha = \pi^{\frac{1}{\beta}} \quad (2)$$

$$1 - \alpha = (1 - \pi)^{\frac{1}{\beta}} \quad (3)$$

$$\alpha = (1 - \pi)^{\frac{1}{\beta}} \quad (4)$$

۱۰۹ - فرض کنید  $X$  دارایتابع احتمال زیر باشد

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \theta & x = -1 \\ (1-\theta)^{\alpha} \theta^x & x = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

برای انجام آزمون  $H_1: \theta = \frac{3}{4}$  در مقابل  $H_0: \theta = \frac{1}{2}$  پرتوانترین آزمون اندازه  $\alpha = \frac{1}{32}$  کدام است؟

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 4 \\ \frac{1}{16} & x = -1 \\ 0 & 0 \leq x < 4 \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 4 \\ 0 & x < 4 \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 5 \\ \frac{1}{32} & x = -1 \\ 0 & 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 5 \\ \frac{1}{64} & x = -1 \\ 0 & 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad (4)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۱۱۰- فرض کنید  $X_1$  و  $X_2$  متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با تابع چگالی احتمال زیر باشند.

$$f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1$$

ناحیه رد آزمون پرتوان (MP) برای آزمون  $H_1: \theta = 2$  در مقابل  $H_0: \theta = 1$  در سطح  $\alpha = \frac{1}{2}(1 - \ln 2)$  کدام است؟

$$X_1 X_2 > \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$X_1 + X_2 > \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$X_1 X_2 < \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$X_1 + X_2 < \frac{1}{2} \quad (4)$$

- ۱۱۱- اگر  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت در بازه  $(0, \theta)$  باشد،  $\theta > 0$ ، تابع توان پرتوان ترین آزمون یکنواخت (UMP) برای آزمون  $H_1: \theta > 1$  در برابر  $H_0: \theta \leq 1$  کدام است؟

$$\frac{1-\alpha}{\theta^n} \quad (1)$$

$$1 - \frac{1-\alpha}{\theta^n} \quad (2)$$

$$1 - \frac{\alpha}{\theta^n} \quad (3)$$

$$1 - \left( \frac{1-\alpha}{\theta} \right)^n \quad (4)$$

- ۱۱۲- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی و مستقل از توزیع  $U(-\theta, \theta)$  باشد. برای آزمون  $H_0: \theta = 1$  در مقابل  $H_1: \theta > 1$  ناحیه ردی به شکل  $c > \max |X_i|$  در نظر گرفته شده است. مقدار  $c$  و تابع توان آزمون،

$\beta^*(\theta)$  برای سطح  $\alpha$  کدام است؟

$$c = \sqrt[n]{1-\alpha}, \quad \beta^*(\theta) = 1 - \frac{1-\alpha}{\theta^n} \quad (1)$$

$$c = \sqrt[n]{\alpha}, \quad \beta^*(\theta) = \theta^{-n}\alpha \quad (2)$$

$$c = \sqrt[n]{1-\alpha}, \quad \beta^*(\theta) = 1 - \frac{1-\alpha}{(2\theta)^n} \quad (3)$$

$$c = \sqrt[n]{1-\alpha}, \quad \beta^*(\theta) = 1 - \frac{1-\alpha}{\theta^n} \quad (4)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

۱۱۳ - فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $E(\theta, 1)$  با تابع چگالی احتمال زیر باشد، برای آزمون

$H_0: \theta > 2$  در مقابل  $H_1: \theta \leq 2$  در سطح  $\alpha = e^{-2}$ ، ناحیه رد آزمون UMP کدام است؟

$$f_\theta(x) = e^{-(x-\theta)}; x \geq \theta$$

$$X_{(1)} > 2\left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad (1)$$

$$X_{(1)} > 2\left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad (2)$$

$$X_{(1)} > 2\left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (3)$$

$$X_{(1)} > 2\left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (4)$$

۱۱۴ - فرض کنید  $X$  تک مشاهده‌ای از خانواده‌های توزیع‌های زیر باشد. هم‌چنین فرض کنید  $\Theta_0 = \{\theta_1, \theta_2\}$

باشد، برای آزمون فرض  $H_0: \theta \in \Theta_0$  در مقابل  $H_1: \theta \notin \Theta_0$  در سطح  $\alpha = 0.05$ ، آزمون نسبت

درستنمایی تعمیم یافته کدام است؟

	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$\theta_1$	0.05	0.15	0.8
$\theta_2$	0.8	0.1	0.1
$\theta_3$	0.7	0.25	0.05

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & x = x_1, x_2 \\ 0 & x = x_3 \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{16} & x = x_3 \\ 0 & x \neq x_3 \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = x_1 \\ 0 & x \neq x_1 \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & x = x_1 \\ 0 & x \neq x_1 \end{cases} \quad (4)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۱۱۵ - فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع  $E(\mu, \sigma)$  با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برای آزمون فرض ۲:  $H_0: \mu = 2$  در مقابل  $H_1: \mu \neq 2$  آماره آزمون نسبت درستنمایی تعمیم یافته و توزیع آن تحت  $H_0$  کدام است؟

$$f_{\mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-(x-\mu)/\sigma}; x \geq \mu$$

$$E_{Y, \bar{X}_n} \text{ و دارای توزیع } \frac{n(X_{(1)} - \bar{Y})}{\bar{X}_n} \quad (1)$$
$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{Y})$$

$$E_{Y, \bar{X}_n - 2} \text{ و دارای توزیع } \frac{n(X_{(1)} - \bar{Y})}{\bar{X}_n} \quad (2)$$
$$\sum_{i=1}^n (X_i - X_{(1)})$$

$$E_{Y, \bar{X}_n - 2} \text{ و دارای توزیع } \frac{n(n-1)(X_{(1)} - \bar{Y})}{\bar{X}_n} \quad (3)$$
$$\sum_{i=1}^n (X_i - X_{(1)})$$

$$E_{Y, \bar{X}_n - 2} \text{ و دارای توزیع } \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{(1)})}{n(n-1)(X_{(1)} - \bar{Y})} \quad (4)$$

- ۱۱۶ - یک نمونه تصادفی ساده (بدون جایگذاری) اولیه به حجم  $n$  را در نظر بگیرید. اگر بدانیم که با دو برابر کردن حجم نمونه واریانس پراورده میانگین جامعه ۳ برابر می‌شود، کسر نمونه‌گیری اولیه کدام است؟

۱ (۱)

۱ (۲)

۱ (۳)

۱ (۴)

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

۱۱۷- در یک نمونه‌گیری تصادفی ساده با جای‌گذاری به حجم  $n$  از جامعه‌ای به حجم  $N$ ، احتمال انتخاب شدن دو عضو اول و دوم جامعه در نمونه کدام است؟

$$\left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{N} \right)^n \right]^2 \quad (1)$$

$$1 - \left( 1 - \frac{1}{N} \right)^{2n} \quad (2)$$

$$1 - \left( 1 - \frac{2}{N} \right)^n \quad (3)$$

$$1 - 2 \left( 1 - \frac{1}{N} \right)^n + \left( 1 - \frac{2}{N} \right)^n \quad (4)$$

۱۱۸- از جامعه‌ای به حجم  $1000$  نمونه‌ای به حجم  $10$  روش تصادفی ساده با جای‌گذاری گرفته‌ایم، اگر میانگین نمونه‌ای برابر حجم نمونه و مجموع توان دوم واحدهای نمونه،  $2/5$  برابر حجم جامعه باشد، برآورد نااریب واریانس میانگین نمونه‌ای چقدر است؟

(۱)  $16/5$ (۲)  $16/67$ (۳)  $15$ (۴)  $25/67$ 

۱۱۹- فرض کنید بدانیم نسبت افراد طرفدار یک کاندید انتخاباتی در سال گذشته  $60\%$  بوده است. می‌خواهیم با یک تحقیق نمونه‌ای، این نسبت را طوری برآورد کنیم که با ضریب اطمینان  $95\%$  این نسبت در فاصله اطمینان  $(7, 5, 0)$  قرار گیرد. با صرف نظر کردن از نسبت نمونه‌گیری، تعداد نمونه لازم کدام است؟

$$Z_{0.025} = 2$$

(۱)  $90$ (۲)  $92$ (۳)  $95$ (۴)  $97$ 

۱۲۰- در نمونه‌گیری تصادفی ساده (بدون جای‌گذاری) به حجم  $n$  از جامعه‌ای متناهی به حجم  $N$  اگر حد اکثر

واریانس برآوردگر نسبت جامعه برابر با  $\frac{1}{100}$  باشد، مقدار  $n$  کدام است؟

$$n = \frac{25N}{N+24} \quad (1)$$

$$n = \frac{25N}{N-1} \quad (2)$$

$$n = \frac{24N}{N+25} \quad (3)$$

$$n = \frac{96N}{N+96} \quad (4)$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

۱۲۱- فرض کنید جامعه‌ای به حجم  $N$  موجود است. در یک نمونه‌گیری از دو طبقه مایلیم بجای  $n_1$  و  $n_2$  در تخصیص نیمن داشته باشیم  $n_1 = n_2$ . اگر  $\text{var}(\bar{Y}_{\text{st}})$  معرف واریانس در حالت  $n_1 = n_2$  و  $\text{var}_{\text{opt}}(\bar{Y}_{\text{st}})$  واریانس مربوط به تخصیص نیمن باشد، در صورتیکه  $N$  به اندازه کافی بزرگ و  $n_2 = 3n_1$  آنگاه در مورد

$$\text{نسبة ef} = \frac{\text{var}_{\text{opt}}(\bar{Y}_{\text{st}})}{\text{var}(\bar{Y}_{\text{st}})}$$

کدام گزینه صحیح است؟

$$ef = \frac{1}{5}$$

(۱)

$$ef = \frac{4}{5}$$

(۲)

$$ef = \frac{2}{5}$$

(۳)

$$ef = \frac{3}{5}$$

(۴)

۱۲۲- در چه صورت در نمونه‌گیری طبقه‌ای تخصیص متناسب، بهینه است؟

(۱) حجم طبقات برابر باشد.

(۲) تغییرات داخل طبقات کوچک باشد.

(۳) تغییرات داخل طبقات یکسان باشد.

(۴) حجم طبقات متناسب با واریانس طبقات باشد.

۱۲۳- اگر داده‌های حاصل از یک روش نمونه‌گیری طبقه‌ای را بدون در نظر گرفتن طبقه‌ها با یکدیگر ادغام نموده و از میانگین معمولی مشاهدات برای برآورد میانگین جامعه استفاده کنیم، یک شرط کافی برای ناریب بودن این برآورده‌گر کدام است؟

(۱) حجم نمونه‌ها برابر باشند.

(۲) حجم طبقه‌ها یکسان باشند.

(۳) نسبت حجم نمونه در هر دو طبقه دلخواه ثابت باشد.

(۴) نسبت حجم نمونه به حجم طبقه در تمام طبقات جامعه برابر باشد.

۱۲۴- جامعه‌ای به حجم  $N$  را در نظر بگیرید. فرض کنید کوچکترین و بزرگترین عضو جامعه معلوم و به ترتیب برابر  $y_{(1)}$  و  $y_{(N)}$  باشند. دو برآورده کننده برای برآورد مجموع عناصر جامعه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود

$$T_1 = N\bar{y}_n \quad T_2 = y_{(1)} + y_{(N)} + (N-2)\bar{y}'_n$$

که در آن  $\bar{y}_n$  و  $\bar{y}'_n$  به ترتیب میانگین نمونه‌ای حاصل از انتخاب  $n$  نمونه به روش تصادفی ساده بدون جای‌گذاری از کل جامعه و از جامعه بدون عناصر  $y_{(1)}$  و  $y_{(N)}$  است. کدام عبارت صحیح است؟

(۱)  $T_2$  برآورده‌ای اریب است و واریانس آن از واریانس  $T_1$  بیشتر است.

(۲)  $T_2$  برآورده‌ای اریب است و واریانس آن از واریانس  $T_1$  کمتر است.

(۳)  $T_2$  برآورده‌ای ناریب است و واریانس آن از واریانس  $T_1$  کمتر است.

(۴)  $T_2$  برآورده‌ای ناریب است و واریانس آن از واریانس  $T_1$  بیشتر است.

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

۱۲۵- می خواهیم از یک جامعه متناهی به حجم  $N$  یک نمونه تصادفی ساده به حجم  $n$  انتخاب کنیم. اگر در چارچوب این جامعه نام عنصر اول به اشتباہ دو بار ثبت شده باشد، اربیبی برآوردگر میانگین مشاهدات برای میانگین کل جامعه  $\bar{y}_N$  کدام است؟

(1)  $y_1$

(2)  $\frac{y_1}{N+1}$

(3)  $\frac{\bar{y}_N - y_1}{N}$

(4)  $\frac{y_1 - \bar{y}_N}{N+1}$

۱۲۶- در یک مدل رگرسیون خطی ساده  $y = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$  کدام است؟

(1)  $var(Y_i)$

(2)  $var(Y_i) - var(\hat{Y}_i)$

(3)  $var(Y_i) - 2 var(\hat{Y}_i)$

(4)  $var(Y_i) + var(\hat{Y}_i)$

۱۲۷- در مدل رگرسیون خطی ساده  $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$  می خواهیم فرض  $H_0: \beta_1 = 0$  را در مقابل فرض  $H_1: \beta_1 \neq 0$  آزمون کنیم. بر اساس یک نمونه تصادفی ۱۸ تایی معادله خط رگرسیونی  $y$  روی  $x$  و  $x$  روی  $y$  به ترتیب عبارتند از  $x = 2/5 + 0/3 y + 0/67$  و  $\hat{y} = 2/5 + 0/3 y$ . مقدار آماره آزمون و درجه آزادی آماره کدام است؟ (فرض نرمال بودن  $\varepsilon$  برقرار است).

(1)  $t = 3$  با درجه آزادی ۱۶

(2)  $t = -3$  با درجه آزادی ۱۶

(3)  $F = 3$  با درجه های آزادی یک و ۱۶

(4)  $F = 9$  با درجه های آزادی یک و ۱۷

۱۲۸- مدل  $y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^6 \beta_j X_{ij} + \varepsilon_i$  را در نظر بگیرید. اگر  $\hat{\beta}_2 = -3$  با خطای معیار  $1/5$  بدست آمده باشد، برای آزمون  $H_0: \beta_2 = 0$  مقدار آماره  $F$  کدام است؟

(1)  $\frac{4}{3}$

(2)  $\frac{16}{9}$

(3) ۲

(4) ۴

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۱۲۹- فرض کنید مشاهدات  $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$  به صورت زیر داده شده است، که در آن  $\beta_1, \beta_2$  پارامترهای مدل و  $\varepsilon_i$  ها مستقل از هم هستند، برآورد پارامترهای  $(\beta_1, \beta_2)$  ، به روش کمترین توان دوم خطای کدام است؟

$$y_1 = \beta_1 + \beta_2 + \varepsilon_1$$

$$y_2 = \beta_1 + \varepsilon_2$$

$$y_3 = -\beta_2 + \varepsilon_3$$

$$y_4 = \beta_1 - \beta_2 + \varepsilon_4$$

$$\left( \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}, \frac{y_1 - y_2 - y_3}{3} \right) \text{(۱)}$$

$$\left( \frac{2y_1 + y_2 - y_3}{4}, \frac{2y_1 - y_2 + y_3}{4} \right) \text{(۲)}$$

$$\left( \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4}, \frac{y_1 + y_2 - y_3 - y_4}{4} \right) \text{(۳)}$$

$$\left( \frac{y_1 + y_2 + y_3}{4}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right) \text{(۴)}$$

- ۱۳۰- در مدل رگرسیون خطی ساده  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$  ،  $i = 1, \dots, n$  ، برآساس برآوردهای روش کمترین توان دوم خطای کدام است؟ اگر ضریب همبستگی نمونه‌ای بین بردارهای  $x = (x_1, \dots, x_n)'$  و  $y = (y_1, \dots, y_n)'$  باشد، ضریب همبستگی نمونه‌ای بین بردارهای  $y = (y_1, \dots, y_n)'$  و  $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)'$  بر حسب  $r_{x,y}$

است؟

$$r_{x,y} \text{ (۱)}$$

$$r_{x,y}^r \text{ (۲)}$$

$$|r_{x,y}| \text{ (۳)}$$

$$\frac{n}{n-2} r_{x,y}^r \text{ (۴)}$$

- ۱۳۱- در رگرسیون خطی ساده مدل را براساس  $n$  مشاهده برآش می‌دهیم. اگر مشاهده جدید  $(\bar{x}, \bar{y})$  که در آن  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  میانگین‌های  $n$  مشاهده اولاند به داده‌ها افزوده شود، مقدار آماره  $F$  جدول تحلیل واریانس چقدر افزایش می‌یابد؟

۱) تغییر نمی‌کند.

$$\frac{R}{\sqrt{1-R^2}} \text{ (۲)}$$

$$\frac{R^r}{1-R^r} \text{ (۳)}$$

$$\frac{(n-1)R^r}{1-R^r} \text{ (۴)}$$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

$$\begin{aligned} Y: & -3 \quad 2 \quad -1 \quad 2 \quad 0 \quad 4 \\ X_1: & -2 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 2 \quad 2 \\ X_2: & -2 \quad 2 \quad -2 \quad 2 \quad -2 \quad 2 \end{aligned}$$

چنانچه مدل خطی  $y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$ ، مناسب باشد، برآورد پارامترهای  $(\beta_0, \beta_1, \beta_2)$  به روش کمترین توان دوم خطای کدام است؟

- (۱)  $\left( \frac{4}{6}, \frac{10}{16}, 1 \right)$   
(۲)  $\left( \frac{3}{2}, -1, \frac{1}{4} \right)$   
(۳)  $\left( 3, -2, \frac{1}{2} \right)$   
(۴)  $\left( \frac{3}{16}, \frac{7}{24}, 2 \right)$

۱۳۳- در برازش مدل رگرسیونی  $MSE = 3$   $SSR = 150$ ،  $E(y) = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3$  بدست آمده است. همچنین در برازش مدل  $SSR = 120$ ،  $E(y) = \beta_0 + \beta_1 X$  حاصل شده است. برای آزمون  $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$  مقدار آماره‌ی F کدام است؟

- (۱) ۵  
(۲) ۱۰  
(۳) ۱۴/۵  
(۴) ۲۸/۳

۱۳۴- براساس یک نمونه تصادفی ۱۰ تایی از  $(x, y)$  داریم:

$$r = -0.80, S_{xx} = \sum (X_i - 5)^2 = 16 \quad \text{و} \quad S_{yy} = \sum (Y_i + 2)^2 = 25$$

خط رگرسیون برازش شده به روش کمترین توان دوم خطای کدام است؟

- (۱)  $\hat{y} = 3 - 1/2x$   
(۲)  $\hat{y} = -3 - 0/16x$   
(۳)  $\hat{y} = 3 - x$   
(۴)  $\hat{y} = -7 - 0/16x$

# مستر تست؛ وب سایت تخصصی آزمون کارشناسی ارشد

- ۱۳۵ - اگر به جای مدل رگرسیون خطی واقعی  $Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon$  ، مدل  $Y = \beta_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \epsilon$  برآذش داده شده باشد و  $\hat{\beta}_1$  برآورده پارامتر  $\beta_1$  به روش کمترین توانهای دوم خطای در مدل برآذش داده شده باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟
- (۱)  $\hat{\beta}_1$  برآورده ناکویی است.
  - (۲)  $\hat{\beta}_1$  برآورده ناکویی است اگر  $x_1$  و  $x_2$  ناهمبسته باشند.
  - (۳) واریانس  $\hat{\beta}_1$  بیشتر از واریانس برآورده کمترین توانهای دوم خطای  $\beta_1$  براساس مدل واقعی است.
  - (۴) اگر  $x_1$  و  $x_2$  ناهمبسته باشند، واریانس  $\hat{\beta}_1$  بیشتر از واریانس برآورده کمترین توانهای دوم خطای  $\beta_1$  براساس مدل واقعی است.